### МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

(МИНОБРНАУКИ)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

(ИПРИМ РАН)

ОДОБРЕНО УТВЕРЖДАЮ

Ученым советом ИПРИМ РАН Директор ИПРИМ РАН,

(Протокол № 5/22 от 07.06.2022 г.) д.т.н. А.Н. Власов

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

)

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В АСПИРАНТУРУ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

**1.1.8 Механика деформируемого твердого тела**

Москва 2022

Вступительное испытание проводится в форме собеседования. Собеседование состоит из двух частей:

* собеседование по содержанию выпускной квалификационной работы, выполненной поступающим при окончании специалитета или магистратуры – в соответствии с частью I настоящей Программы;
* собеседование по общетеоретическим вопросам выбранной направленности обучения – в соответствии с частью II настоящей Программы.

**ЧАСТЬ I**

**Вопросы по выпускной квалификационной работе поступающего**

(магистратура или специалитет)

1. Основные положения.
2. Новизна.
3. Актуальность.

**ЧАСТЬ II**

**1. Основы механики деформируемого твердого тела**

1. Теория деформированного состояния. Вектор перемещений. Тензор малых деформаций и малых поворотов. Главные инварианты тензора малых деформаций. Условия совместности Сен-Венана. Тензор скоростей деформаций.
2. Теория напряженного состояния. Массовые и поверхностные силы. Формула Коши. Тензор напряжений. Симметрия тензора напряжений. Главные инварианты тензора напряжений. Круговая диаграмма Мора.
3. Уравнение неразрывности. Уравнения равновесия и движения. Закон сохранения момента импульса и симметрия тензора напряжений.
4. Термодинамика деформируемого тела. Первое начало термодинамики (аксиома баланса энергии). Неравенство Клаузиуса-Дюгема. Диссипативные процессы.
5. Понятие сплошного тела. Основные принципы МДТТ. Деформация элемента сплошной среды.
6. Лагранжево и эйлерово описание деформаций и течения. Переход от Эйлерова описания к Лагранжеву и обратно.
7. Основные механические свойства твердых тел. Упругость, пластичность, вязкость.
8. Классификация сил в механике сплошных сред: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы.
9. Тензор напряжений Коши. Понятие главных осей и главных напряжений. Круги напряжений Мора. Понятие девиатора и шарового тензора напряжений.
10. Условия пластичности и разрушения. Критерий Сен-Венана. Критерий Мизеса. Дифференциальные уравнения равновесия и движения.
11. Тензор деформации Коши-Грина. Геометрический смысл компонент тензора деформации Грина. Тензор деформации Альманси. Геометрический смысл компонент тензора деформации Альманси. Условия совместности деформаций. Формулировка условий совместности деформаций в цилиндрической и сферической системе координат.
12. Законы сохранения механики сплошных сред: уравнения баланса массы, импульса, момента импульса, кинетической, потенциальной и полной энергии.
13. Термодинамические процессы и циклы. Термодинамические параметры состояния. Понятия о работе, теплоте, внутренней энергии, температуре и энтропии. Первый и второй законы термодинамики. Термодинамические потенциалы состояния. Общие формы определяющих соотношений механики сплошных сред.

**2. Теория упругости**

1. Упругое тело. Выражение для тензора напряжений через производную термодинамического потенциала (внутренняя энергия, свободная энергия Гельмгольца) по тензору деформации. Обобщенный закон Гука для линейного термоупругого материала. Сокращение числа упругих постоянных. Связь между упругими постоянными изотропной упругой среды. Изотермический и адиабатический модули упругости. Общие теоремы теории упругости (единственности, взаимности, о минимуме энергии деформации). Теорема Кастильяно.
2. Постановка математических задач линейной теории упругости в перемещениях и напряжениях. Полуобратный метод Сен-Венана. Вариационные постановки задач теории упругости и основы прямых методов (Ритца, Бубнова-Галеркина).
3. Простейшие задачи теории упругости: деформация толстостенной трубы под действием внутреннего и внешнего давлений, кручение бруса кругового поперечного сечения, растяжение бруса под действием собственного веса, равновесие элемента пластинки, температурные напряжения в полой сфере.
4. Плоские задачи теории упругости. Плоское напряженное и плоское деформированное состояния. Функция напряжений. Метод теории функций комплексного переменного в плоской задаче. Действие сосредоточенной силы на границу упругой полуплоскости.
5. Понятие о функции Грина. Элементарное решение первого и второго рода. Постановка контактной задачи Герца.
6. Упругое деформирование твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Упругие модули изотропного тела.
7. Основные задачи статики упругого тела. Основные уравнения. Прямая и обратная задачи теории упругости.
8. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами—Митчелла в напряжениях. Граничные условия. Постановка краевых задач математической теории упругости. Основные краевые задачи. Принцип Сен-Венана.
9. Общие теоремы теории упругости: теорема Клапейрона, тождество взаимности, теорема о единственности решения. Теорема Бетти. Вариационные принципы.
10. Основные энергетические функционалы линейной теории упругости. Вариационные принципы теории упругости: принцип минимума полной потенциальной энергии, принцип минимума дополнительной энергии. Вариационное уравнение Лагранжа.
11. Вариационный принцип Рейсснера. Метод Ритца. Метод Бубнова-Галеркина. Метод Канторовича. Метод Терффеца.
12. Плоское напряженное и плоское деформированное состояние. Плоская задача теории упругости. Метод комплексных потенциалов Колосова—Мусхелишвили. Комплексное представление напряжений и перемещений. Уравнения плоской задачи теории упругости в полярных координатах. Смешанная задача для полуплоскости. Задача Гриффитса.
13. Кручение и изгиб призматического тела (задача Сен-Венана). Теоремы о циркуляции касательного напряжения при кручении и изгибе. Центр изгиба.
14. Задача о действии штампа с плоским основанием на полуплоскость. Контактная задача Герца.
15. Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Полная система уравнений теории пластин и оболочек. Граничные условия. Постановка задач теории пластин и оболочек. Безмоментная теория. Краевые эффекты. Задача о круглой симметрично загруженной пластине.
16. Динамические задачи теории упругости. Уравнения движения в форме Ламе. Динамические, геометрические и кинематические условия совместности на волновом фронте. Свободные волны в неограниченной изотропной упругой среде. Общее решение в форме Ламе.
17. Фундаментальное решение динамических уравнений теории упругости для пространства. Плоские гармонические волны. Коэффициенты отражения, прохождения и трансформации. Полное отражение. Поверхностные волны Релея. Волны Лява.
18. Установившиеся колебания упругих тел. Частоты и формы собственных колебаний. Вариационный принцип Релея.
19. Температурные задачи теории упругости. Уравнения термоупругости.

**3. Теория пластичности**

1. Изгиб балок. Внутренняя поперечная сила и внутренний изгибающий момент. Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента. Гипотеза плоских сечений. Геометрические характеристики сечений при изгибе. Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Формула Журавского. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.
2. Стержневые системы. Статически определимые и статически неопределимые системы. Методы расчета ферм и рам.
3. Кручение стержней с эллиптическим поперечным сечением. Депланация.
4. Устойчивость стержней. Понятие устойчивости. Энергетический метод анализа устойчивости. Формула Эйлера и ее применение.
5. Идеальная пластичность. Изотропное и кинематическое упрочнение. Тензор пластических деформаций. Деформационная теория пластичности. Понятие о простом и сложном нагружении (деформации). Постановки задач в рамках малых упруго-пластических деформаций. Теорема о простом нагружении. Теорема единственности. Метод упругих решений. Метод переменных параметров упругости.Теорема о разгрузке. Полая сфера из идеально-пластического материала под внутренним давлением.
6. Теория пластического течения. Ассоциированный закон пластического течения. Критерии текучести Треска-Сен-Венана, Мизеса. Кулона-Мора, Друккера-Прагера.
7. Плоская задача теории течения. Понятие о линиях скольжения и их свойствах. Интегралы Генки. Сжатие полосы между шероховатыми плитами.
8. Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Упрочнение. Остаточные деформации. Идеальная пластичность. Физические механизмы пластического течения.
9. Идеальное упругопластическое тело. Идеальное жесткопластическое тело. Пространство напряжений. Критерий текучести и поверхность текучести. Критерии Треска и Мизеса. Пространство главных напряжений. Геометрическая интерпретация условий текучести. Условие полной пластичности. Влияние среднего напряжения.
10. Упрочняющееся упругопластическое тело. Упрочняющееся жесткопластическое тело. Функция нагружения, поверхность нагружения. Параметры упрочнения.
11. Законы связи между напряженным и деформированным состояниями в теории течения. Принцип Мизеса. Постулат Друккера. Ассоциированный закон пластического течения.
12. Краевые задачи теории течения. Теоремы единственности. Теория течения. Вариационные принципы теории течения.
13. Теория предельного равновесия. Статическая и кинематическая теоремы теории предельного равновесия. Верхние и нижние оценки. Примеры.
14. Кручение призматического тела за пределом упругости. Предельное равновесие при кручении. Характеристики. Поверхность напряжений как поверхность постоянного ската.
15. Пластическое плоское деформированное состояние. Уравнения для напряжений и скоростей. Статически определимые и неопределимые задачи. Характеристики. Свойства линий скольжения. Методы решения основных краевых задач теории плоской пластической деформации.
16. Деформационные теории пластичности. Теория Генки. Теория малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина. Теорема о разгрузке. Метод упругих решений.
17. Упругопластические волны в стержне. Ударное нагружение. Волна разгрузки. Остаточные деформации. Критическая скорость удара.

**4. Теория вязкоупругости и ползучести**

1. Линейная теория вязко-упругости. Принцип суперпозиции Больцмана. Модель Максвелла и Фойхта. Ядра релаксации и ползучести, функции релаксации и ползучести. Температурно-временная аналогия. Методы решения задач линейной теории термовязко-упругости: численные методы, методы, использующие преобразования Лапласа-Карсона; методы, основанные на следствиях из теорем о простом нагружении и простой деформации.
2. Два типа волн в упругой среде. Стержневая скорость звука. Кинематические и динамические условия на поверхности разрыва.
3. Понятие о ползучести и релаксации. Кривые ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Фохта, модель Томсона. Время релаксации. Время запаздывания.
4. Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации. Непрерывные ядра и ядра со слабой особенностью. Термодинамические ограничения на выбор ядер ползучести и релаксации.
5. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерры, применение интегрального преобразования Лапласа, численные методы. Теорема о единственности решения.
6. Вариационные принципы в линейной вязкоупругости. Применение вариационного метода к задачам изгиба.
7. Теории старения, течения, упрочнения и наследственности. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Определяющие соотношения.
8. Установившаяся ползучесть. Уравнения состояния деформируемых тел, находящихся в условиях установившейся ползучести. Постановка краевых задач. Вариационные принципы теории установившейся ползучести: принцип минимума полной мощности, принцип минимума дополнительного рассеяния. Установившаяся ползучесть и длительная прочность стержня.
9. Неустановившаяся ползучесть. Определяющие уравнения теории неустановившейся ползучести. Вариационные принципы теории течения и теории упрочнения. Неустановившаяся ползучесть стержневой решетки. Устойчивость стержней и пластин из реономных материалов.

**5. Механика разрушения**

1. Понятие о разрушении и прочности тел. Общие закономерности и основные типы разрушения. Концентраторы напряжений. Коэффициент концентрации напряжений: растяжение упругой полуплоскости с круговым и эллиптическим отверстиями.
2. Феноменологические теории прочности. Критерии разрушения: деформационный, энергетический, энтропийный. Критерии длительной и усталостной прочности. Расчет прочности по допускаемым напряжениям. Коэффициент запаса прочности.
3. Двумерные задачи о трещинах в упругом теле. Метод разложения по собственным функциям в задаче о построении асимптотик полей напряжений и перемещений у вершины трещины в упругом теле. Коэффициент интенсивности напряжений, методы его вычисления и оценки.
4. Скорость высвобождения энергии при продвижении трещины в упругом теле. Энергетический подход Гриффитса в механике разрушения. Силовой подход в механике разрушения: модели Баренблатта и Ирвина. Эквивалентность подходов в случае хрупкого разрушения. Формула Ирвина.
5. Динамическое распространение трещин. Динамический коэффициент интенсивности напряжений. Предельная скорость трещины хрупкого разрушения (теоретическая оценка и экспериментальные данные).
6. Локализованное пластическое течение у вершины трещины. Оценка линейного размера пластической зоны у вершины трещины по Ирвину. Модель трещины Леонова—Панасюка—Дагдейла с узкой зоной локализации пластических деформаций.
7. Кинетическая концепция прочности твердых тел. Формула Журкова. Кинетическая теория трещин. Рост трещин в условиях ползучести.
8. Понятие об усталостном разрушении. Малоцикловая и многоцикловая усталость. Основные законы роста усталостных трещин.

**6. Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела.**

1. Метод конечных разностей. Типичные разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений теории упругости.

2. Вариационный принцип минимума полной потенциальной энергии упругого тела. Методы Релея-Ритца, Бубнова-Галеркина, и градиентного спуска в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии.

3. Метод конечных элементов в теории упругости. Пределы применимости метода конечных элементов.

4. Формула Сомильяны и метод граничных интегральных уравнений (метод граничных элементов).

5. Метод характеристик в двумерных задачах теории пластичности. Область определенности и область зависимости решения гиперболической краевой задачи.

6. Метод лучевых разложений для решения гиперболических задач теории пластичности и волновой динамики.

7. Понятие о вычислительном эксперименте. Использование вычислительного эксперимента для решения задач механики деформируемого твердого тела.

**Основная литература:**

1. Мовчан А. А. Накопление рассеянных повреждений в конструкциях.- М.: МАИ, 1996.-318 с.
2. Бьюи Х.Д. Механика разрушения: обратные задачи и решения. – М.: Физматлит, 2011.- 211 с.
3. Седов Л. И. Механика сплошной среды.- М.: Наука, 1970, Т.1.- 492 с.
4. Кильчевский Н. А. Курс теоретической механики.- М.: Наука, 1977. Т.2.- 544с.
5. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987.
6. Демидов С.П. Теория упругости. М.: Высш. шк., 1979.
7. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
8. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1986.
9. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1980.
10. Толоконников Л. А. Механика деформируемого твердого тела. М.: Высш. шк., 1979.
11. Можаровский В.В., Старжинский В. Е. Прикладная механика слоистых тел из композитов.- Минск: Наука, 1988. – 271 с.
12. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. I. 4-е изд. - М.: Лань, 2004, т.1 536с, и т2. - 584 с.
13. Кондауров В.И., Фортов В.Е. Основы термомеханики конденсированной среды. М.: Изд-во МФТИ. 2002.

**Дополнительная литература:**

1. Зубчанинов В.Г. Механика сплошных деформируемых сред. Тверь: ТГТУ, 2000.
2. Зубчанинов В.Г. Математическая теория пластичности. Тверь: ТГТУ, 2000.
3. Ивлев Д.Д. Теория идеальной пластичности. М.: Наука, 1996.
4. Ильюшин А.А. Пластичность. М., 1998.

Лихачев В.А., Малинин В. Г. Структурно- аналитическая теория прочности. – С.- Петербург: Наука, 1993.- 471 с