

## **ОТЗЫВ**

**официального оппонента на диссертацию Устенко Анастасии Дмитриевны  
«ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ МЕХАНИЧЕСКИХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ С  
СЕТЧАТОЙ СТРУКТУРОЙ», представленную к защите на соискание  
ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности  
1.1.8 – «Механика деформируемого твердого тела»**

### **Актуальность диссертационного исследования.**

С качественным развитием современной науки в области аддитивных технологий стало возможным создание функциональных материалов с отрицательным коэффициентом Пуассона, отрицательным коэффициентом теплового расширения, отрицательным коэффициентом преломления, отрицательной диэлектрической проницаемостью, отрицательной магнитной восприимчивостью. Особенностью таких материалов является то, что их свойства зависят от геометрических параметров структуры и ячеек периодичности, и не зависят от объёмного содержания характеристик материала, используемого для их создания. Универсальным свойством, присущим многим метаматериалам, является их сравнительно малый вес при заданных параметрах жёсткости и прочности. Это обстоятельство определяет особый запрос на применение таких материалов в ответственных изделиях для авиационной, аэрокосмической и гражданской промышленности, в биоинженерных и интеллектуальных системах (кардиостенты, сенсоры). Следовательно, теоретическое и экспериментальное исследование такого класса метаматериалов представляет особую научную и практическую ценность, что, несомненно, и определяет актуальность диссертационного исследования.

### **Структура и оформление диссертации.**

Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка цитируемой литературы. Текст диссертации изложен на 112 страницах, включая 47 рисунков. Список цитируемой литературы содержит 188 наименований. По структуре и оформлению диссертация и автореферат диссертации соответствуют установленным требованиям.

**Во введении** раскрыты все основные составляющие диссертации (актуальность темы и степень её разработанности, предмет исследования, цель и задача работы, положения, выносимые на защиту, научная новизна, методы исследования, теоретическая и практическая значимость, личный вклад автора, достоверность и обоснованность, публикации и апробация, структура и объем диссертации).

ПОЛУЧЕНО  
ИПРИМ РАН

Вх. № 184  
от 11.12.2025



**В первой главе** проводится идентификация параметров микро-дилатационной теории упругости для решётчатого метаматериала с отрицательным коэффициентом Пуассона (ауксетик) на основании сопоставления аналитических решений для задач одноосного растяжения, всестороннего сжатия и сдвига для микро-дилатационной теории с соответствующими результатами численного моделирования. Предложен алгоритм идентификации трёх дополнительных констант микро-дилатационной теории на основании рассмотрения задач об неоднородных деформациях.

**Вторая глава** посвящена аналитическому и численному решению задач о чистом изгибе, консольном изгибе и растяжении сетчатых балок с ромбовидными и треугольными ячейками периодичности. Показана возможность описания реализующихся неклассических масштабных эффектов с использованием балочных моделей градиентной теории упругости, для которой проведена идентификация материальных констант рассматриваемых метаматериалов.

**В третьей и четвёртой главе** выполнен анализ поведения плоских и трёхмерных сетчатых сэндвич балок под воздействием ударной нагрузки и в квазистатическом режиме. Предложен метод, основанный на концепции проектирования пантографических метаматериалов. Масштабные параметры таких материалов, в рамках градиентной теории упругости, значительно превышают размер их ячейки периодичности, а значит, материал позволяет реализовывать эффекты делокализации сосредоточенных нагрузок и обладает более высокими параметрами вязкости разрушения. Приводится обоснование изменения механизмов разрушения структуры метаматериала при реализации предложенного подхода. Показан рост ударопрочности в 3,5-5 раз для пантографических плоских сэндвич балок, а для рассмотренных трёхмерных сетчатых балок – в 1,5-3 раза при полном (практически) сохранении относительной плотности по сравнению с аналогичными стандартными структурами.

**В заключении** перечислены ключевые результаты диссертационного исследования.

**Теоретические результаты диссертации и их научная новизна** заключается в том, что впервые проведена идентификация всех неклассических параметров микро-дилатационной теории упругости на примере сетчатого метаматериала-ауксетика. Показано, что тип ячеек периодичности (треугольный/ромбовидный) существенным образом влияет на характер неклассических масштабных эффектов, реализующихся при изгибе балок с сетчатой структурой, что требует привлечения соответствующих моделей градиентной теории упругости. Предложен и реализован метод повышения



ударной прочности сэндвич балок с сетчатыми заполнителями, основанный на использовании идеи пантографических метаматериалов и создании асимметричных связей между элементами, образующими ячейки периодичности. Повышение прочности достигается за счет изменения характера напряженно-деформированного состояния в ячейках периодичности и нелокального отклика метаматериала, масштабный параметр которого существенно превышает размер ячейки периодичности. Впервые показано, что для плоских сэндвич балок с сетчатыми заполнителями повышение ударной прочности в 3-5 раз при сохранении статических упругих и прочностных характеристик может быть достигнуто при использовании заполнителей пантографического типа с жёсткими связями. Показано, что для трехмерных сетчатых заполнителей наибольший эффект повышения ударной прочности может быть достигнут за счёт использования ячеек с базовой октаэдрической геометрией.

**Практическая значимость результатов диссертации** заключается в формулировке методики повышения ударной прочности сетчатых метаматериалов, которая не изменяет существенным образом их статические упруго-прочностные свойства и удельный вес. Методика может быть эффективно использована при создании перспективных облегченных противоударных защитных систем и энергопоглощающих материалов.

**Достоверность результатов диссертации** определяется привлечение строгих математических формулировок и апробированных аналитических и численных методов решения задач механики сплошной среды, сравнением полученных решений с известными экспериментальными данными. В частности, валидация аналитических решений с численными моделями сетчатых структур метаматериалов выполнялась с привлечением программных комплексов **Ansys Workbench** и **Femap/Nastan (MSC)**. В свою очередь, аналитические и численные решения сравнивались с результатами проведённых экспериментальных испытаний на базе известного и хорошо зарекомендовавшего себя оборудования при соблюдении отечественных и международных стандартов проведения механических испытаний.

#### **Апробация работы.**

Результаты диссертационной работы Устенко А. Д. в достаточной мере опубликованы и апробированы. Основные положения работы отражены в 11 научных работах, из них 5 работ представлены в печатных изданиях, рекомендованных ВАК РФ, входящих в мировую базу данных Scopus / Web of Science, остальные 6 – в прочих изданиях. Перечисленные публикации, наряду с авторефератом, в должной степени отражают содержание диссертационной



работы. Работа докладывалась на профильных всероссийских и международных конференциях по специальности, защищаемой соискателем.

### **Замечания по содержанию работы.**

1. К общим замечаниям по оформлению диссертации и автореферата можно отнести часто встречающиеся орфографические неточности с неправильным склонением или окончанием слов в предложениях; наличие наименований параметров, их размерностей, надписей к графикам и рисункам на английском языке вместо русского.
2. Во введении в первом абзаце есть такое, на мой взгляд, не чётко сформулированное предложение: «В рамках классической теории упругости, которая исходит из представления, что среда является континуумом материальных точек, становится труднодостижимым описание механического поведения некоторых материалов со сложной микроструктурой». Хочется задать вопрос автору, не континуальную ли теорию он использует для уточнённого описания функциональных материалов?
3. В первом пункте положений, выносимых на защиту, в последнем предложении утверждается, что «проведена идентификация всех неклассических параметров метаматериала-ауксетика со взаимопроникающей структурой, в рамках микро-дилатационной теории упругости». Здесь следовало бы уточнить, какие именно параметры идентифицированы, и при каких видах анизотропии? Из текста диссертации и автореферата ясно, что только для изотропных материалов.
4. Следующее предложение о теоретической значимости: «На основе численного моделирования процессов динамического деформирования и разрушения сетчатых метаматериалов, дано обоснование возможности повышения их ударной прочности за счёт использования асимметричных ячеек периодичности», следовало бы отнести к практической значимости, или дать пояснение.
5. В разделе 1.1 представлена общая постановка в рамках микро-дилатационной теории и даны выражения удельной энергии, кинематических и определяющих соотношений, уравнений равновесия и их граничные условия. Однако в самой диссертации нигде не представлено решения какой-либо конкретной краевой задачи микро-дилатационной теории упругости.
6. В разделе 1.1 во втором абзаце даны ограничения на допустимые значения материальных констант для среды с кубической симметрией, см. формулу (1.2). Но данные ограничения относятся к изотропному материалу. Это



становится очевидным, если в выражении компонент материального тензора изотропной среды подставить соответствующие индексы:

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad C_{1111} = \lambda + 2\mu, \quad C_{1122} = \lambda, \quad C_{1212} = \mu,$$

$$\frac{C_{1111} - C_{1122}}{2} = C_{1212} \iff \frac{\lambda + 2\mu - \lambda}{2} = \mu.$$

7. В этом же разделе также следовало указать выражения компонент материальных тензоров 4 ранга для изотропной среды и для среды с кубической симметрией. В таком случае записи выражений удельной энергии и определяющих соотношений в формулах (1.1), (1.3), (1.12), (1.14) стали бы более очевидны и понятны с механической точки зрения.
8. В формулах (1.4), (1.5), (1.7), (1.9) впервые вводятся параметры «р, h, g» но нигде нет пояснений к ним.
9. Формула (1.4) записана математически некорректно т.к. в левой части указан скаляр, а в правой части дано выражение градиента, с «i-той» компонентой вектора:

$$h = \alpha \phi_{,i} \quad (1.4)$$

В формулах (2.2) первые два выражения определяющих соотношений также записаны математически некорректно. А именно, левые части этих равенств содержат немые индексы, по которым происходит суммирование в правых частях равенств:

$$\sigma_{ij}^{cauchy} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad \mu_{ijk} = C_{ijklmn} \varepsilon_{mn,k}, \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{cauchy} - \mu_{ijk,k} \quad (2.2)$$

10. Описание размерных эффектов в задачах деформации сетчатых балок и идентификация масштабных параметров градиентной теории упругости выполнено в рамках одноосного напряжённого состояния обобщённой моделью Эйлера-Бернулли в разделе 2.5. Однако в разделе 1.4 эффективные характеристики определялись балочными элементами Тимошенко. Чем мотивирован такой выбор разных моделей? Если характерный размер сечения более чем на порядок меньше линейного размера стержня, то применение модели Эйлера-Бернулли вполне оправдано.
11. В разделе 3.2 вводится понятие связи заполнителя между стержнями из разных наборов. Например, вводится описание связи «Variant 2» (как классического элемента пантографической структуры) в виде шарнирного соединения с отверстием Ø3.2 мм в зонах пересечения стержней сечением 4x4 мм<sup>2</sup> (для каждого стержня). Получается, что несущее сечение каждого стержня всего 4x0.8 мм<sup>2</sup>? Насколько оправдано такое ослабление сечения?



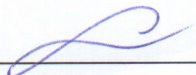
12. В разделе 3.4 экспериментальные результаты динамических испытаний сендвич балок различных типов заполнителя сравнивались с конечно-элементными моделями. При этом были выбраны линейные тетраэдральные конечные элементы (также как и в разделе 4.6), которые имеют известные недостатки. Выполнялась ли оценка сходимости / корректности результатов расчёта, например, варьированием плотности сетки или сравнением с изопараметрическими конечными элементами, или элементами высшего порядка?

Перечисленные замечания, однако, не ставят под сомнение результаты, полученные соискателем, и не являются препятствием для положительной оценки диссертационной работы.

#### **Заключение по диссертации.**

Диссертационная работа Устенко Анастасии Дмитриевны на тему «ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ МЕХАНИЧЕСКИХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ С СЕТЧАТОЙ СТРУКТУРОЙ», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, является завершённой научно-квалификационной работой, обладающей новизной, достоверностью, высокой степенью научной значимости и соответствует специальности 1.1.8 - «Механика деформируемого твёрдого тела». Полученные в диссертации результаты являются фундаментальными для развития механики деформируемого твёрдого тела в области микро-дилатационной и градиентной теории упругости для современных функциональных материалов. Автореферат диссертации достаточно полно и верно отражает основное содержание работы. Диссертационная работа отвечает всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, установленным положением о присуждении учёных степеней, утверждённого постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24.09.2013 года, а её автор, Устенко Анастасия Дмитриевна, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 - «Механика деформируемого твёрдого тела».

Официальный оппонент:

 / Романов Александр Вячеславович /



кандидат физико-математических наук, научный сотрудник кафедры механики композитов механико-математического факультета федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова», e-mail: [atomicra@ya.ru](mailto:atomicra@ya.ru), тел.: +7 916-322-23-00.

Адрес места работы: 119991, Россия, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова», тел: +7 (495) 939-10-00, e-mail: [info@rector.msu.ru](mailto:info@rector.msu.ru)

Подпись Романова Александра Вячеславовича удостоверяю  
(Фамилия, имя, отчество оппонента полностью)

Декан механико-  
математического факультета  
МГУ имени М.В.Ломоносова,  
д.ф.-м.н., член-корр. АН РФ,  
профессор  
(должность)



Шафаревич А.И.  
(Фамилия И.О.)

05.12.25

С отзывом о работе  
А.И. Шафаревича

11.12.2025г.