

*

На правах рукописи



Устенко Анастасия Дмитриевна

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ МЕХАНИЧЕСКИХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ
С СЕТЧАТОЙ СТРУКТУРОЙ**

1.1.8 – Механика деформируемого твёрдого тела

Автореферат диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2025 г

Научный руководитель: **Соляев Юрий Олегович**,
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
ФГБУН «Институт прикладной механики
Российской академии наук» (ИПРИМ РАН)

Официальные оппоненты: **Шоркин Владимир Сергеевич**, профессор,
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры «Техническая физика»
ФГБОУ ВО «Орловский государственный
университет им. И.С. Тургенева»

Романов Александр Вячеславович,
кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник кафедры
механики композитов
ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет им. М.В. Ломоносова»

Ведущая организация: ФГБУН «Институт проблем машиноведения
Российской академии наук» (ИПМаш РАН)

Защита диссертации состоится *29 декабря 2025 г.* в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д24.1.508.01 при ФГБУН «Институт прикладной механики Российской академии наук» (ИПРИМ РАН) по адресу: 125040, г. Москва, Ленинградский проспект, д. 7 стр.1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБУН «Институт прикладной механики Российской академии наук» (ИПРИМ РАН) и на сайте:
<https://iam.ras.ru/ustenkodiss/>

Автореферат разослан «___» _____ 2025 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета
Д24.1.508.01

Корнев Ю. В.

Общая характеристика работы

Актуальность темы диссертации и степень её разработанности. Практически, все материалы, которые встречаются в природе (горные породы, ткани и костные структуры, древесина) и искусственно созданные материалы (металлы, композиционные материалы, пластики, метаматериалы) имеют специфическую сложную внутреннюю структуру, которая, ко всему прочему, изменяется в процессе деформирования и при определенных условиях значительно влияет на механическое поведение конструкций в целом. В рамках классической теории упругости, которая исходит из представления, что среда является континуумом материальных точек, становится труднодостижимым описание механического поведения некоторых материалов со сложной микроструктурой. Таким образом, для адекватного описания таких материалов (сред) необходимо учитывать внутренние степени свободы и наличие структурных уровней и связи низких масштабов с более высокими. В зависимости от типа материала и масштабного уровня применяются различные модели механики обобщенных сред. Чем выше масштабный уровень модели, тем менее она требовательна к описанию неоднородности материала. Впервые в 1887 году в качестве обобщения классической теории упругости Voight W. рассмотрел среду с учётом моментных взаимодействий. Затем в 1909 году братья Э. и Ф. Коссера ввели соответствующие обобщенные переменные (перемещения во всех направлениях и три вращательные степени свободы). Работы Коссера были десятилетиями непопулярны, тогда как в 1960-х годах настало интенсивное развитие обобщенных моделей сред и сред с учётом дополнительных степеней свободы (микрополярная, микроформная среды, среда со «стесненным вращением», градиентная модель и прочие).

Одним из примеров материалов со сложной внутренней структурой являются метаматериалы – новый класс инженерных материалов, предназначенный для достижения уникальных свойств, которые отсутствуют в природных материалах. Первое упоминание встречается в работе, где автором R. Walser вводятся принципиальные различия в понятиях и интерпретации «традиционных» композиционных материалов и метаматериалов. Особенностью метаматериалов является то, что их свойства в большей степени зависят от геометрических параметров структуры их ячеек периодичности, а не от объёмного содержания и характеристик материала, используемого для их создания. С интенсивным развитием современной науки и технологий (например, аддитивных технологий) стало возможным создание функциональных материалов с отрицательным коэффициентом Пуассона, отрицательным КТР, отрицательным коэффициентом преломления, отрицательной диэлектрической проницаемостью, отрицательной магнитной восприимчивостью и прочее. Универсальным свойством, присущим многим метаматериалам, является их сравнительно малый вес. Таким образом, они могут быть перспективной альтернативой для материалов, применяемых в ответственных изделиях для авиационной и аэрокосмической промышленности, а также гражданского строительства, в интеллектуальных системах (сенсоры), биоинженерных системах (коронарный стент, тканевая инженерия (tissue engineering и т.д.), что определяет актуальность данной диссертационной работы.

Далее в данной диссертации речь идёт о стретчевых искусственно созданных сетчатых структурах, другими словами, решётчатых (lattice) метаматериалах. Как было сказано ранее современные технологии трёхмерной печати позволяют создавать решётчатые метаматериалы со сложной геометрией ячеек периодичности, что обеспечивает их уникальные механические свойства, такие как высокая удельная жёсткость и прочность, высокая ударная прочность и широкие запрещенные зоны в условиях распространения вибраций, контролируемое тепловое расширение, явное макроскопическое поведение, соответствующее моделям типа Коссера и типа Миндлина и другие. Проектирование ячеек периодичности в решётчатых структурах обычно определяет положение, размер и ориентацию стержней, чтобы обеспечить требуемую топологию и соответствующие макроскопические свойства, например с характерным поведением типа «stretch/bending-dominated», с квази-изотропными усреднёнными свойствами, с заданным параметрами анизотропии или с заданными функционально-градиентными свойствами.

Объектом исследований являются сетчатые/решётчатые периодические метаматериалы для механического применения, в частности рассматривается класс метаматериалов-ауксетиков (материалы с эффектом отрицательного коэффициента Пуассона), класс плоских пантографических метаматериалов (материалы с характерным нелокальным механическим поведением), а также сэндвич структуры с сетчатыми заполнителями.

Целью работы является развитие теоретических подходов к описанию и прогнозу свойств механических метаматериалов, а также экспериментальная отработка и поиск оптимальной геометрии ячеек периодичности сетчатых метаматериалов с повышенными статическими и динамическими прочностными свойствами.

Научная новизна работы определяется следующими полученными результатами:

- впервые проведена идентификация всех неклассических параметров микро-дилатационной теории упругости на примере сетчатого метаматериала-ауксетика;
- впервые показано, что тип ячеек периодичности (треугольный/ромбовидный) существенным образом влияет на характер неклассических масштабных эффектов, реализующихся при изгибе балок с сетчатой структурой, что требует привлечения соответствующих моделей градиентной теории упругости;
- впервые предложен и реализован метод повышения ударной прочности сэндвич балок с сетчатыми заполнителями, основанный на использовании идеи пантографических метаматериалов и создании асимметричных связей между элементами, образующими ячейки периодичности. Повышение прочности достигается за счет изменения характера напряженно-деформированного состояния в ячейках периодичности и нелокального отклика метаматериала, масштабный параметр которого существенно превышает размер ячейки периодичности;
- впервые показано, что для плоских сэндвич балок с сетчатыми заполнителями повышение ударной прочности в 3-5 раз при сохранении статических упругих и прочностных характеристик может быть достигнуто при использовании заполнителей пантографического

типа с жёсткими связями. Показано, что для трехмерных сетчатых заполнителей наибольший эффект повышения ударной прочности может быть достигнут при использовании ячеек с базовой октаэдрической геометрией.

Методология и методы исследования. Для выполнения поставленных задач, связанных с идентификацией параметров в неклассических моделях теории упругости привлекались аналитические методы построения решений для задач однородных и неоднородных деформаций, основанные на применении стандартных подходов теории дифференциальных уравнений и уравнений математической физики. Для детализированного численного моделирования деформации и разрушений фрагментов метаматериалов использовался МКЭ в классической постановке. Для этого привлекались ПК **Ansys Workbench** с решателями **LS-Dyna** и **Transient Structural**, а также **Femap/Nastran (MSC)** с решателем **Linear Static Analysis**. В экспериментальной части работы проводилась процедура производства полимерных образцов метаматериалов методом 3D-печати технологиями SLS (оборудование **EOS INT P395**) и mSLA (оборудование **ANYCUBIC Photon Mono SE**). Стандартные испытания на трёхточечный изгиб, сжатие и ударную вязкость для явного определения основных механических свойств метаматериалов проводились на оборудовании **Instron 5969** с ПО **BlueHill 3** и маятниковым копром по Шарпи. Для оценки поля деформации в экспериментах использовался метод корреляции цифровых изображений (**Digital Image Correlation - DIC**), полученных с помощью камеры **Nikon D5500** с разрешением 24 мегапикселя. Для обработки таких изображений и оценки распределения деформаций Грина-Лагранжа использовалось ПО **Digital Image Correlation Engine (DICE)**.

Практическая ценность работы заключается в формулировке методики повышения ударной прочности сетчатых метаматериалов, которая не изменяет существенным образом их статические упруго-прочностные свойства и удельный вес. Методика может быть эффективно использована при создании перспективных облегченных противоударных защитных систем и энергопоглощающих материалов.

Достоверность и обоснованность научных положений и полученных результатов определяется привлечение строгих математических формулировок и апробированных аналитических и численных методов решения задач механики сплошной среды, сравнением полученных решений с известными экспериментальными данными, численной валидацией приближенных аналитических решений для сетчатых структур с привлечением программных комплексов **Ansys Workbench** и **Femap/Nastran (MSC)** для моделирования метаматериалов с учетом детализированной геометрии ячеек периодичности, а также проведением экспериментальных испытаний с использованием известного и отлично зарекомендовавшего себя оборудования с соблюдением отечественных и международных стандартов проведения механических испытаний.

Основные положения, выносимые на защиту:

- предложена геометрия метаматериала-ауксетика со взаимопроникающей структурой, эффективные механические свойства которой могут быть описаны в рамках микро-дилатационной теории упругости. Проведена идентификация всех неклассических параметров метаматериала;

- показано, что неклассические масштабные эффекты, реализующиеся при изгибе сетчатых балок с треугольной и ромбовидной структурой, могут быть описаны на основе моделей градиентной теории упругости, причем геометрия ячеек периодичности определяет тип реализующихся масштабных эффектов, связанных с длиной и толщиной балки;

- применение пантографических метаматериалов в качестве заполнителей для плоских сэндвич балок позволяет повысить их ударную прочность в 3-5 раз по сравнению со стандартными плоскими сетчатыми заполнителями. Уровень повышения ударной прочности определяется жесткостью связей между стержневыми элементами, образующими структуру метаматериала. Использование наиболее жестких связей дополнительно позволяет обеспечить сохранение уровня статических упругих и прочностных характеристик метаматериала;

- предложена методика модификации геометрии ячеек периодичности в трехмерных сетчатых заполнителях сэндвич балок позволяет повысить их ударную прочность в 1.5-3 раза. Повышение ударной прочности реализуется за счет снижения уровня триаксильности напряженного состояния в модифицированных асимметричных ячейках периодичности рассматриваемых метаматериалов.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике «[Влияние асимметрии ячеек периодичности на статические и динамические свойства механических метаматериалов](#)», Санкт-Петербург (2023); Workshop of the IRP Coss&Vita Advances in ELAstoDYNamics «[Exceptional impact strength of sandwich beams with pantographic-type metamaterials in the core](#)», France (2021); 10-й Всероссийская научная конференция с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского «[Феноменологическая континуальная модель метаматериала с нелокальными внутренними связями](#)», Москва (2020); International Conference on Nonlinear Solid Mechanics «[Apparent elastic properties of lattice beams second gradient surface elasticity homogenization](#)», ROMA (2019); 9-я Всероссийская научная конференция с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского «[Вариант структуры механического метаматериала-ауксетика, демонстрирующего существенные нелокальные эффекты](#)», Москва (2019); XLIII ГАГАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ «[Исследование возможности применения микро-дилатационной теории упругости для моделирования метаматериалов с отрицательным коэффициентом Пуассона](#)», Москва (2017).

Объём и структура диссертации. Работа состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы, содержит 112 страниц основного текста, включая 47 рисунков и 188 наименований из списка литературы.

Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, поставлена цель и определены задачи исследования, изложены научная новизна и практическая значимость полученных результатов, приведены основные положения работы, выносимые на защиту. Приведены сведения об апробации научных результатов, общая структура и объём диссертационной работы.

В **Главе 1** исследуется возможность применения моделей обобщённых континуумов, в частности микро-дилатационной теории упругости, для описания эффективных механических характеристик метаматериалов на примере метаматериала-ауксетика со взаимопроникающей структурой и метаматериалов с сетчатой структурой. Проведена идентификация неклассических масштабных параметров рассматриваемых классов метаматериалов.

Приводится постановка линейной теории упругости, дополнительно учитывающей кинематическую переменную – функцию микро-дилатации ϕ , которая является скаляром и определяет изменение пористости среды под действием внешней механической нагрузки. Теория упругости с учётом микро-дилатации является наиболее простым вариантом теории сред с микроструктурой Миндлина, в предположении, что тензор микродисторсии имеет сферический вид. В статических задачах с изотропными материалами в микро-дилатационной теории упругости (1) присутствует пять материальных констант: две классических упругих характеристики (например, модуль Юнга и коэффициент Пуассона) и три неклассических характеристики: β - модуль связанности, ξ - параметр жёсткости микроструктуры и параметр нелокальных взаимодействий - α (иногда называемый коэффициентом диффузии, следуя аналогии, которая возникает между математической формулировкой дополнительного балансового уравнения баланса для поля пористости и классического уравнения диффузии). Также вводится параметр связанности $N = \beta^2/(k\xi)$, который принимает значения $N \in [0,1]$. При $N = 0$ имеет место случай классической теории упругости, при $N \rightarrow 1$ реализуются максимальные эффекты связанности (т.е. эффекты от присутствия в среде микро-дилатации).

$$U = \frac{1}{2}(C_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl} + 2\beta\phi\theta + \xi\phi^2 + \alpha\phi_{,k}\phi_{,k}), \quad (1)$$

здесь C_{ijkl} – тензор модулей упругости; $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ – тензор малых деформаций; u_i – компоненты вектора перемещений; $\theta = \varepsilon_{ii}$ – дилатация; α, β, ξ – дополнительные материальные константы теории, учитывающие микро-дилатацию ϕ .

Метаматериал-ауксетик представляет собой решётчатую структуру с ячейкой периодичности в виде типичной трёхмерной звезды с изломленными (взаимопроникающими, re-entrant) стержнями. Геометрия ячеек имеет кубическую симметрию (рис. 1). С континуальной точки зрения такой ауксетик характеризуется тремя константами жёсткости C_{1111} , C_{1122} , C_{1212} . Геометрически ячейку периодичности можно определить тремя линейными параметрами: a, b, c (рис. 1б). Было рассмотрено два типа ячеек периодичности с внутренним размером $a = 2$ мм и $a = 6$ мм. Таким образом, первая структура является более изломленной,

и как будет показано далее ее эффективные характеристики в большей степени соответствуют модели среды с микро-дилатацией (см. рис. 2а-б).

Кроме геометрических параметров, проводилось варьирование характеристик жёсткости стержневой структуры на уровне ячейки периодичности ауксетика (рис. 1в). В частности, был рассмотрен вариант ячеек, в которых стержни изломленной структуры (красные) характеризуются модулем упругости E_1 и площадью поперечного сечения S_1 . Связующие стержни (чёрные) характеризуются модулем упругости E_0 и площадью поперечного сечения S_0 . Вводятся характеристики жёсткости $A_1 = E_1 S_1$, $A_0 = E_0 S_0$ и их отношение: $\bar{A} = A_1/A_0$.

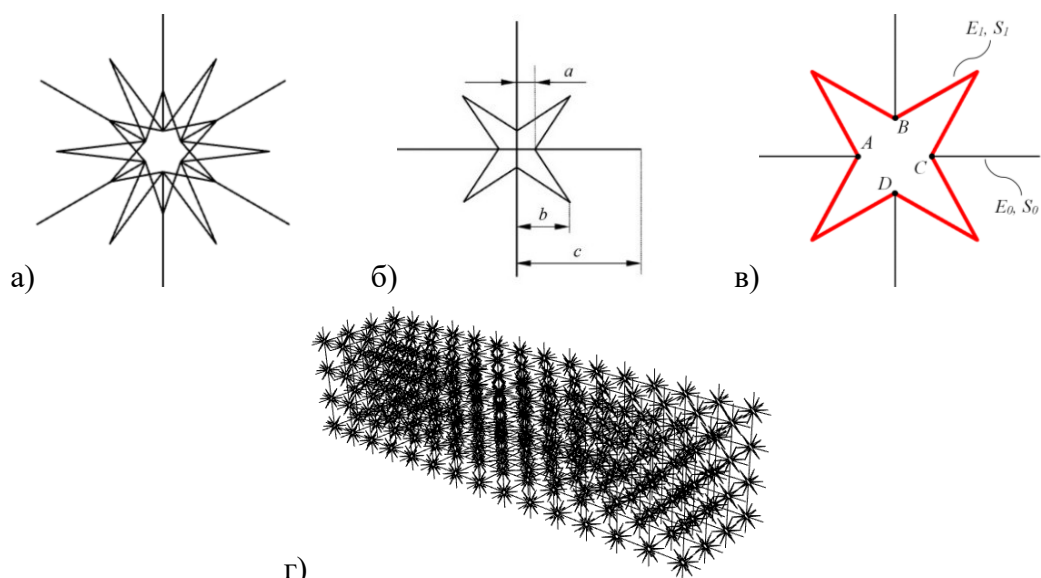


Рисунок 1. Геометрия стержневой структуры: а) в изометрии; б) вид сбоку; в) концепт реализации эффекта микро-дилатации путём варьирования жёсткости образующих стержней; г) трёхмерный фрагмент метаматериала-ауксетика размером $4 \times 4 \times 15$ ячеек.

Предложен кинематический подход к определению физического смысла микро-дилатации (ϕ) в рассматриваемом метаматериале. Показано, что ϕ – это относительное изменение размеров его ячеек за счёт деформаций взаимопроникающей стержневой структуры. Если эта деформация отсутствует, и стержни (рис. 1в, красные) являются абсолютно жёсткими ($\bar{A} \rightarrow \infty$), то микро-дилатация в среде отсутствует ($\phi = 0$). Этот случай соответствует варианту непрерывной микро-дилатационной модели, в которой нет эффектов связанности ($N = 0$). Показано, что, варьируя соотношение жёсткости $\bar{A}$, по факту, изменяется параметр связанности N в соответствующей непрерывной микро-дилатационной модели (см. рис. 3б).

Для идентификации классических эффективных упругих модулей k^*, μ^*, E^*, ν^* (см. рис. 2а-б) и двух неклассических констант β и ξ для среды с микро-дилатацией рассматриваются задачи об однородной деформации (одноосное растяжение, объёмное сжатия и простого сдвига).

Проверяется критерий применимости микро-дилатационной теории, заключающийся в отсутствии влияния функции ϕ на эффективный модуль сдвига материала ($\mu^* = \mu$). Модуль

Юнга E и объёмный модуль k метаматериала в отсутствие эффектов микро-дилатации ($\nu = 0$) определяются с допущением $\bar{A} \rightarrow \infty$. Для идентификации последней неклассической характеристики α , отвечающей за размерный эффект решаются задачи неоднородной деформации: неоднородного растяжения и чистого изгиба.

В результате, показана эквивалентность связанных эффектов, возникающих при прямом моделировании структуры метаматериала в стержневой модели и при континуальном моделировании в рамках микро-дилатационной теории при малых внутренних размерах (a) взаимопроникающей структуры в ячейках периодичности (рис. 2а). Показано, что для рассматриваемой структуры метаматериала масштабный параметр микро-дилатационной теории, который может быть найден через идентифицированные значения классических и неклассических констант, составляет чуть более одной ячейки периодичности (3а).

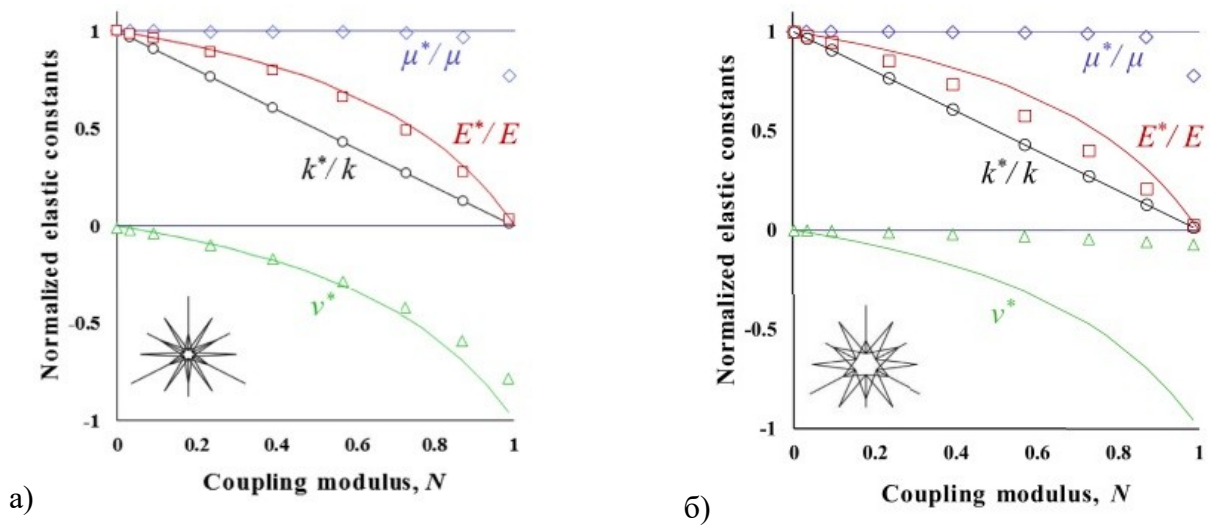


Рисунок 2. Сравнение решения континуальной микро-дилатационной теории (линии) с численными результатами (маркеры) по идентификации эффективных классических констант метаматериала для внутреннего размера ячейки: а) $a = 2$ мм; б) $a = 6$ мм.

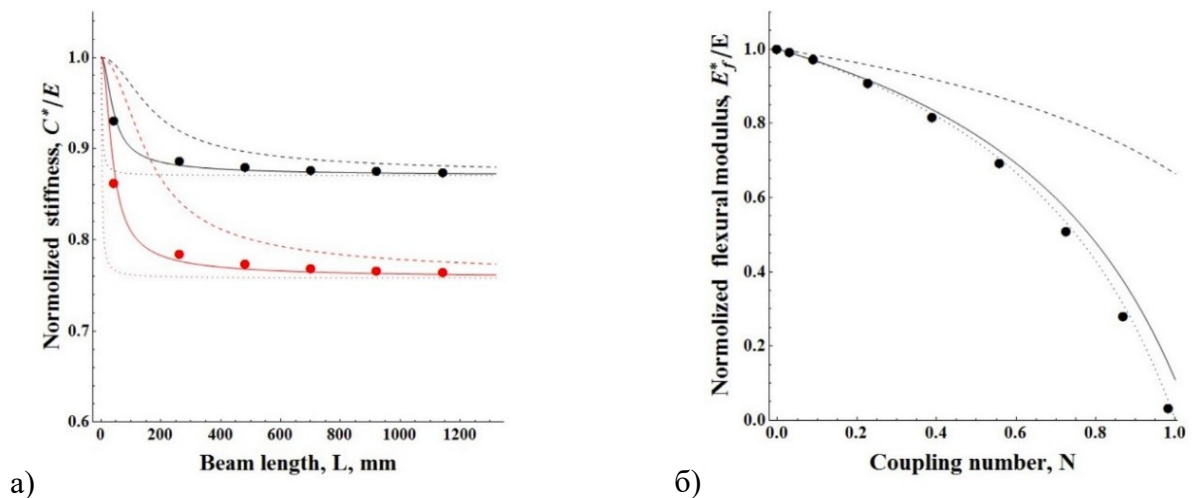


Рисунок 3. Сравнение аналитического решения (линии) с результатами численного моделирования (маркеры), содержащее упругие модули, идентифицированными из задач: а) неоднородного одноосного растяжения; б) чистого изгиба сетчатой балки. Здесь размерный параметр длины ($l = 0.1c$; $1.4c$; $5c$) в виде линий (точечных, сплошных, пунктирных, соответственно).

Подробная информация первой части диссертации изложена в работах [4*-5*], где дана постановка задачи и определяющие соотношения для модели среды, учитывающей микро-дилатацию, аналитическое решение задач однородных и неоднородных деформаций, построенных с целью определения эффективных характеристик метаматериала, алгоритм идентификации параметров рассматриваемой среды, реализация неоднородной деформации для сетчатой структуры и верификация с численным моделированием.

Глава 2 посвящена анализу и определению кажущихся упругих характеристик протяженных узких фрагментов плоских сетчатых метаматериалов. С макроскопической точки зрения такие фрагменты метаматериалов можно представить балкой типа Эйлера-Бернулли, изгибная жесткость которой зависит от структуры ячеек периодичности. Показана возможность описания возникающих неклассических масштабных эффектов в рассматриваемых балках на основе использования однопараметрической градиентной модели Айфантиса, для которой проведена идентификация материальных констант рассматриваемых метаматериалов.

Фрагмент сетчатого материала состоит из повторяющихся ячеек периодичности размером в 40 мм ромбовидной и треугольной формы (рис. 4). Элементы, образующие ячейку, являются балками круглого сечения диаметром 1 мм. Угол между стержнями/элементами в элементарных ромбических ячейках - 90° , а повернуты они на 45° таким образом, что реализованная структура обладала ортотропией с главными направлениями вдоль и перпендикулярно оси балки. Основное отличие между ромбовидными и треугольными элементарными ячейками заключается в присутствии горизонтальных связей в последних (см. рис. 4б). Такое различие в геометрии ячейки является основной причиной различного механического поведения и размерных эффектов для подобных примеров сетчатых метаматериалов (как будет показано далее).

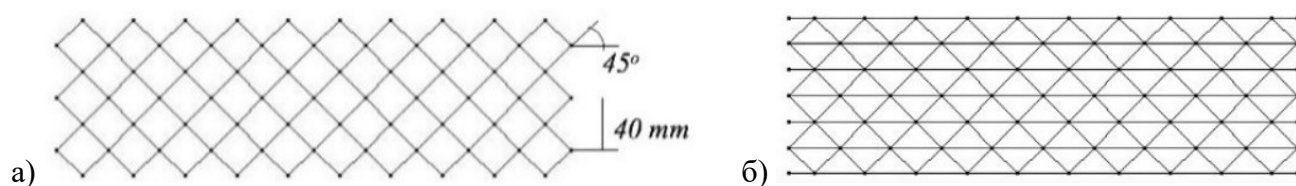


Рисунок 4. Сетчатая балка с: а) ромбовидной геометрией; б) треугольной геометрией.

Плотность энергии деформаций согласно градиентной теории упругости зависит не только от деформации, но и от первого градиента деформации. Вводятся определяющие соотношения, где тензор полных напряжений включает напряжения по Коши (классические, зависящие от деформаций) и градиентные напряжения (высшего порядка, зависящие от градиентов деформаций). Здесь рассматриваются два варианта теории градиентной балки Эйлера-Бернулли для описания эффективных (кажущихся) упругих характеристик рассматриваемых структур. Первый из них – так называемая модель градиентных балок с «одноосным напряженным состоянием» (USS): $U = \frac{1}{2}(\sigma_{11}\varepsilon_{11} + \mu_{111}\varepsilon_{11,1})$, и модель «общего напряженного состояния» (GSS): $U = \frac{1}{2}(\sigma_{11}\varepsilon_{11} + \mu_{111}\varepsilon_{11,1} + \mu_{113}\varepsilon_{11,3})$. Первая модели

подразумевает, что влияние градиента деформации в поперечном направлении для тонкой балки незначительно и им можно пренебречь, что можно обосновать, в том числе, на основе вариационного подхода (см. работы Лурье С. А., Соляева Ю.О.).

В общем виде для балки длиной L с площадью поперечного сечения $A = bh$ и момента инерции $I = bh^3/12$, уравнения равновесия, а также статические или кинематические граничные условия на концах балки выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \sum F = 0 \\ \sum M = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N' - N_h'' + f = 0 \\ M'' - M_h''' + q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0, L): \begin{cases} \begin{cases} N - N_h' \\ N_h \end{cases} & \text{или} & \begin{cases} u \\ u' \end{cases} \\ \begin{cases} M - M_h'' \\ M' - M_h''' \\ M_h \end{cases} & & \begin{cases} w \\ w' \\ w'' \end{cases} \end{cases}$$

Обобщенные силовые факторы для обеих моделей определяются следующим образом:

$$\begin{cases} N = EAu' \\ N_h = l^2 EAu'' \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} M = -EIw'' \\ M = -E(I + l^2 A)w'' \\ M_h = -l^2 EIw''' \end{cases} \quad \begin{array}{l} - \text{ "одноосное напряженное состояние" (USS)} \\ - \text{ "общее напряженное состояние" (GSS)} \end{array}$$

Эффективные упругие модули и масштабные параметры определяются на основании сопоставления аналитических решений для континуальной градиентной балки с эффективными свойствами для задач:

- неоднородного растяжения - $E_T' = E_T \frac{\bar{L}}{\bar{L} - \tanh \bar{L}}$
- чистого изгиба - $E_{PB} = E_T(1 + l^2 A/I) = E_T(1 + 12l^2/h^2)$
- консольного изгиба - $\begin{cases} E_{CB} = E_T \frac{\bar{L}^3 \sqrt{1 + 12 \frac{l^2}{h^2}} \cosh \bar{L}}{\bar{L}(3 + \bar{L}^2) \cosh \bar{L} + 3(1 - \bar{L}^2) \sinh \bar{L} - 6\bar{L}} - \text{GSS} \\ E_{CB} = E_T \frac{\bar{L}^3 \cosh \bar{L}}{\bar{L}(3 + \bar{L}^2) \cosh \bar{L} + 3(1 - \bar{L}^2) \sinh \bar{L} - 6\bar{L}} - \text{USS} \end{cases}$

с соответствующими результатами численного моделирования сетчатого метаматериала с детализированной геометрией ячеек периодичности:

$$E_T = \frac{NL}{Au_1(L)}; \quad E_{PB} = \frac{ML^2}{2lu_3(L)}; \quad E_{CB} = \frac{PL^3}{3lu_3(L)}$$

Показано, что балки с ромбовидными элементарными ячейками показывают механическое поведение согласно градиентной модели «одноосного напряженного состояния» (USS, рис. 5-6). Заметим, что ранее такие структуры были представлены только для модели «общего напряженного состояния» (GSS, балки с треугольными ячейками). Тем временем также в диссертации показано, что дополнительные граничные условия для деформаций подразумевают наличие ограниченной области в сетчатой балке. В этой области перемещения

имеют нулевые значения, а её размер (длина) приблизительно равен масштабному параметру градиентной модели. Идентифицированное значение масштабного параметра для рассматриваемых структур составило порядка 1.5 размеров ячейки периодичности.

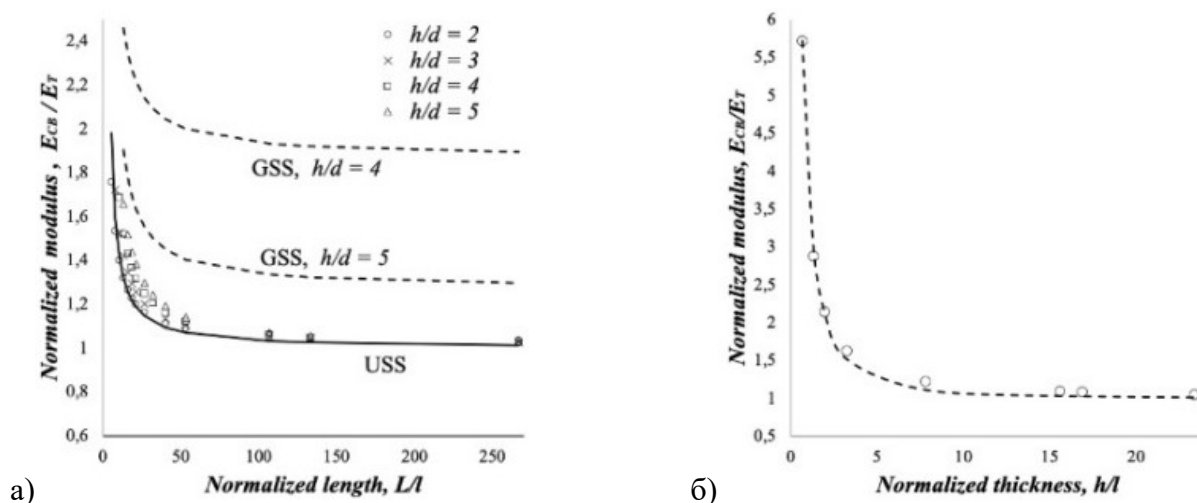


Рисунок 5. Зависимости кажущейся жёсткости для консольной балки: а) с ромбовидной ячейкой; б) с треугольной ячейкой. Здесь: сплошные линии соответствуют аналитическому решению задачи изгиба балки по модели USS; пунктирные линии - соответствуют модели GSS; маркеры - КЭ решение.

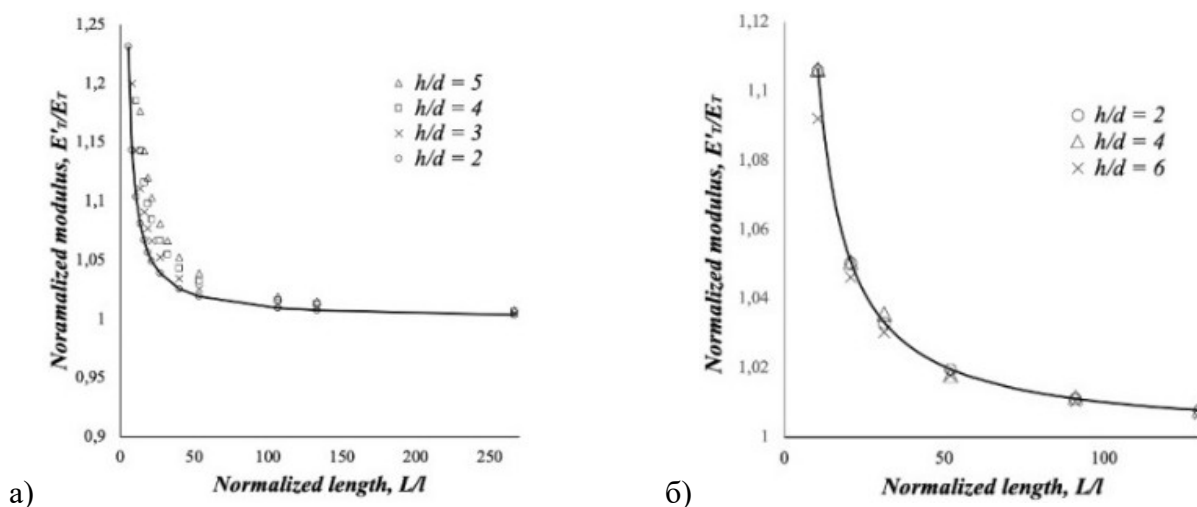


Рисунок 6. Зависимости кажущейся жёсткости для балки при неоднородном растяжении: а) с ромбовидной ячейкой; б) с треугольной ячейкой. Здесь: сплошные линии соответствуют аналитическому согласно модели USS; маркеры - КЭ решение.

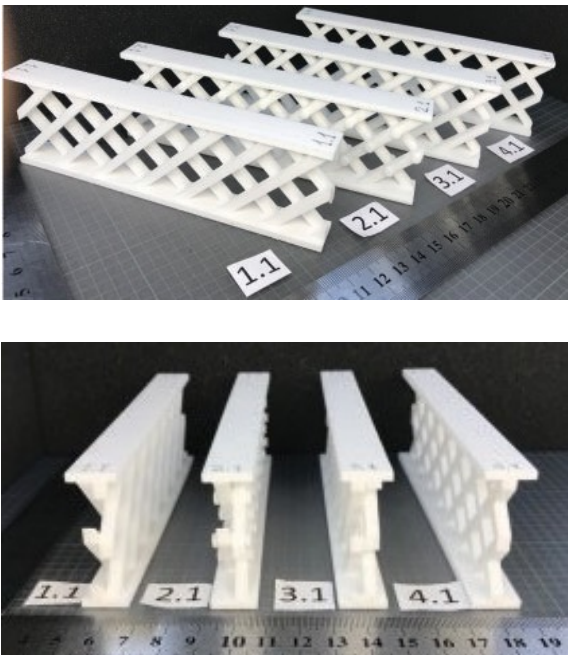
Более подробная информация текущей части диссертации в статье [3*], в частности постановка и определяющие соотношения градиентной теории, их разновидности, формулировка и решение задачи численного моделирования, обоснование принципа задания дополнительных граничных условий, идентификация масштабного параметра.

Глава 3 посвящена анализу влияния различных вариантов связей, применяемых в сетчатых заполнителях плоских сэндвич балок, подвергаемых квазистатическим и динамическим нагрузкам. Предложен метод, основанный на концепции проектирования пантографических метаматериалов. Классический пантографический метаматериал

представляет собой структуру из наклонных стержней, расположенных в двух плоскостях (семействах) и соединенных небольшими шарнирами в узлах пересечения. Предложенный подход, предполагающий создание асимметричных соединений между стержнями из соседних плоскостей (семейств) обобщен на трёхмерные структуры на уровне ячейки периодичности. В диссертации проведена численная и экспериментальная валидация для обоснования наблюдаемых эффектов. Приводится обоснование изменения механизмов разрушения структуры метаматериала при реализации предложенного подхода.

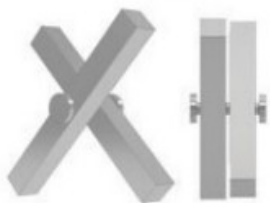
Идея рассматриваемых структур в **Главе 3** (и далее в **Главе 4**) выбрана неслучайно. Пантографические метаматериалы демонстрируют существенное нелокальное поведение, их эффективные свойства можно описать в рамках градиентной теории упругости. Идентифицированные значения масштабных параметров для них превышают размер ячейки периодичности, что говорит об их потенциале применения в качестве энергопоглощающих материалов. В отличие от рассмотренных в первых двух главах вариантах геометрии метаматериалов, в которых найденные значения масштабных параметров не превышают размеров одной-двух ячеек периодичности, в пантографических метаматериалах значения масштабного параметра могут быть сопоставимы с размером образца из-за наличия протяженных связей, собирающих воедино все ячейки периодичности в данном сечении структуры и обеспечивающих нелокальное поведение материала. Большие значения масштабных параметров говорят о том, что материал позволяет реализовывать эффекты делокализации сосредоточенных нагрузок и обладает более высокими параметрами вязкости разрушения. Именно поэтому для проведения экспериментальных исследований был выбран этот класс метаматериалов. При этом заметим, что плоские структуры, рассмотренные в предыдущей **Главе 2** диссертации, являются частным случаем пантографических метаматериалов (и *Вариантом 4* среди рассмотренных заполнителей в **Главе 3**).

Таблица 1

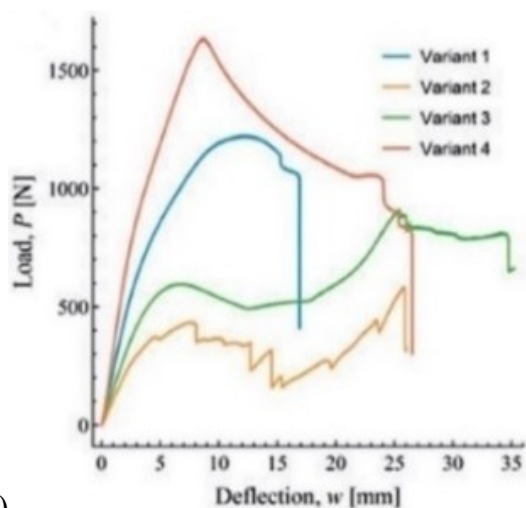
Габариты: балка: длина – 140 мм; ширина – 45 мм; несущий слой: толщина – 15 мм; стержни (в заполнителе): наклон $\pm 45^\circ$; сечение: квадрат 4×4 мм;		Изготовление: аддитивные технологии (SLS) EOS INT P395 (Германия) Спечённый материал: полиамид <i>PA2200</i> Свойства: $E = 1.3$ ГПа; $\nu = 0.35$; $\sigma_{yield} = 50$ МПа; $E_{tan} = 100$ МПа; Масса (практически одинаковая): $M_1 = 25$ гр; $M_2 = 25.4$ гр; $M_3 = 24.6$ гр; $M_4 = 23.3$ гр;
--	--	--

Рассматриваемые сэндвич балки представляют собой трёхслойные структуры с плоскими несущими слоями, разделенными сетчатым заполнителем (см. табл. 1). В предложенном методе проектирования вводится понятие связей между элементами, образующими заполнитель, которые могут обладать различной геометрией и различной жесткостью. Типы рассмотренных связей и факторы, возникающие в реализующихся соединениях между элементами заполнителя, представлены в таблице 2.

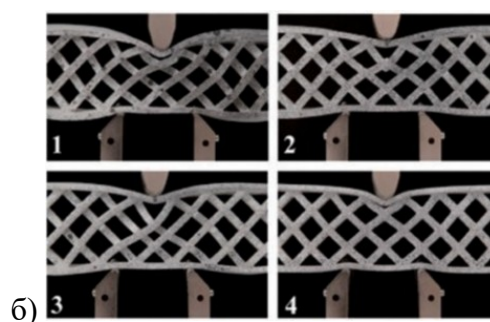
Таблица 2

<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Вариант 3</i>	<i>Вариант 4</i>
			
Жёсткое соединение пантографический тип	Шарнирное соединение «классический» пантографический тип	Связи отсутствуют пантографический тип	Идеальное соединение
объединяет стретжи из разных семейств; обеспечивает передачу результирующих сил, изгибающих моментов и крутящего момента	дополнительная степень свободы на взаимный поворот	отсутствие связей между стержнями из соседних семейств	элементы заполнителя непрерывно соединяются между собой, образуя идеальное пересечение в узлах

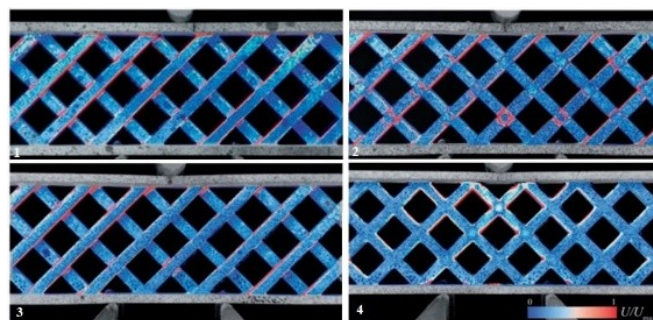
Статические испытания проводились на оборудовании **Instron 5969** (рис. 7а). В испытаниях образцы располагались симметрично на опорах и нагружались по центру. Радиусы опор составляли 5 мм (нижние) и 2 мм (верхняя, центральная). Скорость перемещения траверсы в испытаниях составляла 1 мм/мин. Прогибы образцов измерялись по перемещениям траверсы. Также деформации образцов были дополнительно оценены с помощью метода корреляции цифровых изображений (**Digital Image Correlation - DIC**) (рис. 8в). На рисунке 8а представлены зависимости нагрузки от перемещения в ходе статических испытаний. Максимальная несущая способность, жёсткость и полная энергия деформации соответствуют *Вариант 4*. Среди пантографических вариантов заполнителя *Вариант 1* имеет максимальные статические характеристики. Шарнирное соединение в *Вариант 2* обеспечивает наименьшую жёсткость и наименьшую статическую прочность среди прочих. В процессе нагружения такого образца возникает много повреждений в зоне шарниров, что приводит к падению несущей способности. Для образца с заполнителем *Вариант 3* получена кривая с большими нелинейными деформациями, где первый максимум нагрузки связан с местной потерей устойчивости стержней, а второй максимум связан с глобальными смятием заполнителя. На рисунке 8б представлено деформированное состояние сэндвич балок с различными типами заполнителя при максимальном уровне нагрузки. Здесь визуально можно наблюдать различные режимы разрушения для образцов с заполнителем разного типа. Например, у пантографических вариантов заполнителя (*Варианты 1-3*) количество деформируемых элементов значительно выше, чем у заполнителя *Вариант 4*.



а)



б)



в)

Рисунок 8. Трёхточечный изгиб: а) кривые нагрузка-перемещение; б) деформированное состояние при первом пике нагрузки; в) распределение относительной плотности энергии деформации относительно U_{max} согласно DIC. Уровень нагрузки соответствует $w = 2$ мм.

На рис. 8в представлено распределение плотности энергии деформации на поверхности заполнителей балок, которое получено на основе DIC анализа деформаций и известных упругих свойств материала. На этом рисунке красный цвет - высокая концентрация энергии деформации и интенсивные деформации. а белый и синий цвета - средний и низкий уровни плотности энергий деформации, соответственно. Для пантографических вариантов заполнителя возникает более равномерное распределение этих цветов по заполнителю. Для образца *Вариант 4* энергия деформации, в основном, концентрируется под центральной опорой и между опорами. Можно сделать следующее заключение, что для пантографических вариантов заполнителя (*Варианты 1-3*) наблюдается эффект делокализации деформированного состояния в сравнении с заполнителем *Вариант 4*. Здесь термин «делокализация» или «нелокальное поведение» материала под нагрузкой означает распределение плотности энергии деформации по большому числу элементов, работающих, в основном, на изгиб, так что их деформации распространяются далеко от точек приложения внешних нагрузок. Уместным будет отнести пантографические варианты заполнителя к классу структур «bending-dominated» (Прим.: Условное разделение материалов и структур по характеру разрушения и механическому поведению под действием нагрузок; В международной литр-ре термины: «bending-dominated» с преимущественной работой на изгиб и «stretch-dominated с преимущественной работой на растяжение-сжатие»). Такой тип структур отличается более высокой ударной вязкостью и высокой эффективностью в динамических приложениях. Как было выявлено, статические характеристики у *Вариантов 1-3* проигрывают *Вариант 4*. Однако для последнего наблюдаются существенные эффекты концентрации деформаций.

Динамические испытания проводились на оборудовании для оценки ударной вязкости по Шарпи (рис. 8б). Образцы располагались горизонтально на опорах испытательной машины и подвергались удару молота. Начальная энергия удара E_0 определялась путём поднятия молота

до определённого угла (на определённую высоту). Было проведено по шесть испытаний образцов одного и того же типа, увеличивая энергию удара в диапазоне от 5,4 до 20 Дж. Значение поглощенной энергии E было оценено по формуле $E = E_0 - E_1$, где E_1 — это оставшаяся энергия в молоте после удара. Эта энергия E_1 определялась по стандартной технике для испытаний по Шарпи через высоту подъёма маятника после удара. Ударная прочность образцов с различными типами заполнителя оценивалась как значение E после удара при наименьшей начальной энергии E_0 , в котором этот тип образцов был разрушен.

На рисунке 9 показаны снимки сэндвич балок после испытаний на удар. Можно наблюдать некоторые различия, возникающие в механизмах и областях разрушения этих образцов.

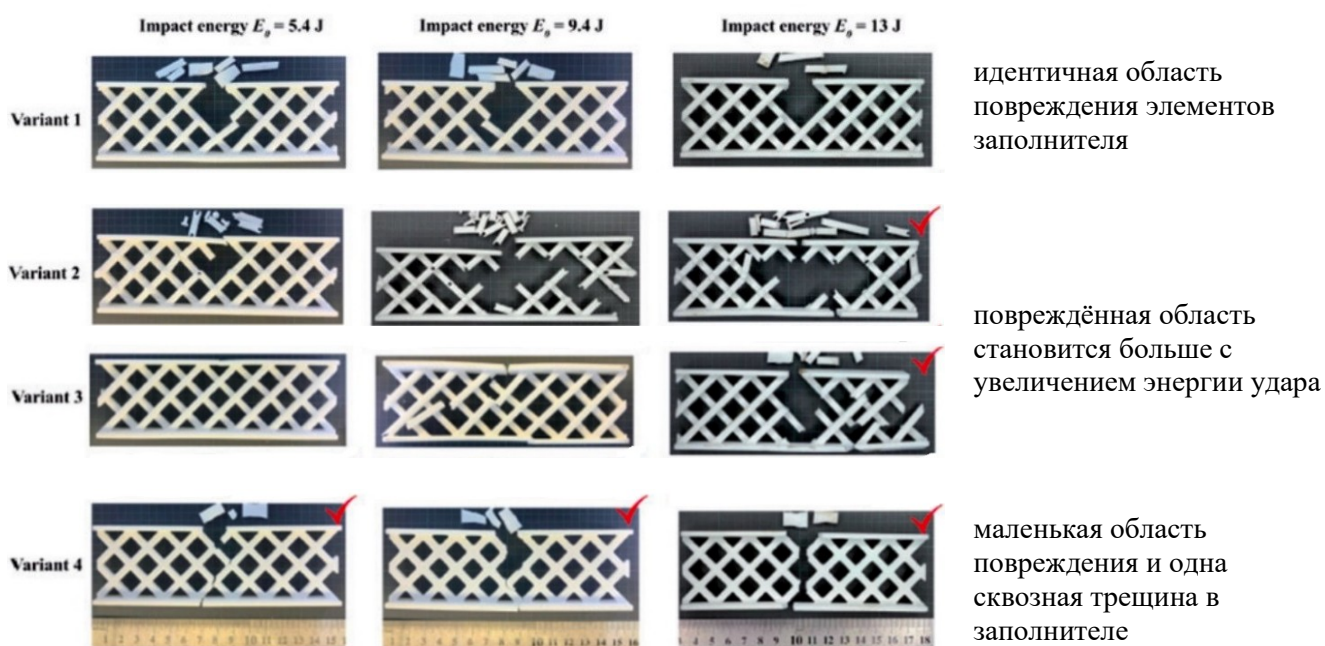


Рисунок 9. Снимки разрушенных образцов с различными типами заполнителя после испытаний на ударную вязкость по Шарпи (полностью разрушенные образцы – помечены маркером).

Полученные экспериментальные результаты сравнивались с конечно-элементным (КЭ) моделированием. Численное моделирование испытаний на удар проводилось с помощью явного динамического решателя **Ansys LS-Dyna**. Рассматривался временной период от начала контакта между молотом и образцом до полного разрушения последнего. Этот период времени составлял около 0.015.....0.025 секунд для образцов с различными типами заполнителя. При моделировании сэндвич балок использовались стандартные линейные тетраэдральные конечные элементы (тип TET13, 4-узловой явный динамический элемент). Размер элементов составлял 1 мм. Суммарное число элементов приблизительно составило $3 \cdot 10^5$. Коэффициент hourglass был равным 0.1. Эффекты демпфирования игнорировались. *PA2200* задавался как упругопластический материал (см. табл. 1). В качестве критерия разрушения для *PA2200* был подобран так называемый критерий прочности Maximum Tensile Pressure (MTP), связанный с первым инвариантом тензора напряжений $J_I = \sigma_{ii}$; $\sigma_B = 52 \text{ МПа}$. Жёсткое поведение задавалось для стальных опор и молота/ударника, так как их модули упругости и предел текучести

значительно выше, чем у *PA2200*. Опоры и молот моделировались только внешними поверхностями, непосредственно контактирующими с образцами. Для задания полной массы молота M_p была присоединена точечная масса к поверхностной КЭ модели ударника. В качестве граничных условий использовались ограничения на смещения опор и задавалась скорость молота $V_0 = \sqrt{2E_0/M_p}$ в перпендикулярном направлении к поверхности несущего слоя.

Диаграмма 10а иллюстрирует значения ударной прочности из эксперимента (ASTM D6110) и КЭ моделирования (*Ansys*, решатель *LS-Dyna*). Наименее прочным оказывается стандартный тип заполнителя (*Вариант 4*). Среди пантографических вариантов заполнителя наименьшая ударная прочность принадлежит структуре с шарнирами (*Вариант 2*). Абсолютные отклонения значений по уровню ударной прочности, полученные из эксперимента или численно, составляли не более $\pm 7\%$. Таким образом, за счет использования пантографических метаматериалов-заполнителей (*Варианты 1-3*) удастся добиться повышения ударной прочности сетчатых балок в 4-5 раз по сравнению со стандартной структурой заполнителя (*Вариант 4*). Этот эффект подтвержден экспериментально и теоретически.

В проведенных численных расчетах использовались методы упрощенного моделирования процессов разрушения без привлечения моделей механики разрушения. Тем не менее, ударную прочность образцов и механизмы разрушения сэндвич балок были оценены корректно. Изменение прочности сэндвич балок в условиях динамических испытаний можно объяснить изменением триаксальности ($\beta = J_I/\sigma_{eq} = \sigma_{ii}/\sigma_{eq}$) реализующегося напряженно-деформированного состояния, поскольку критерий МТР связан с первым инвариантом тензора напряжений (см. рис.10б и таблицу 3):

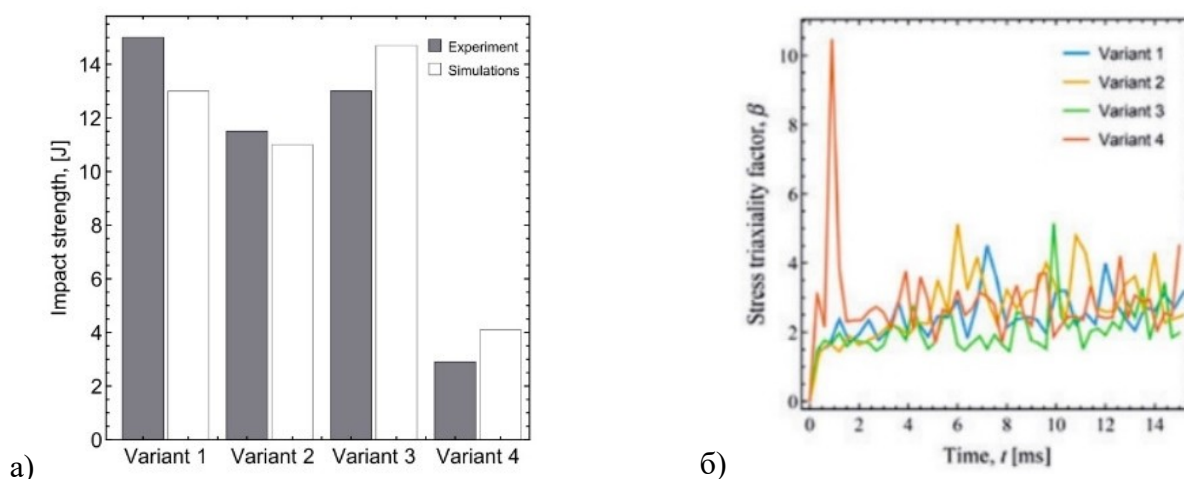
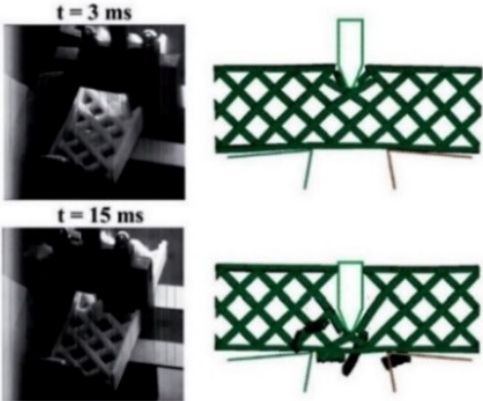
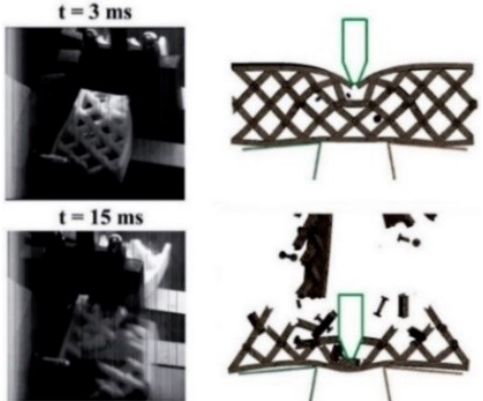
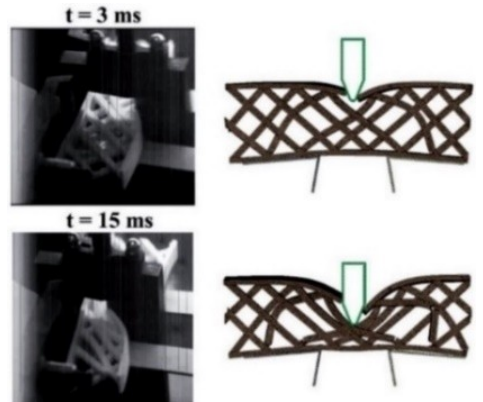
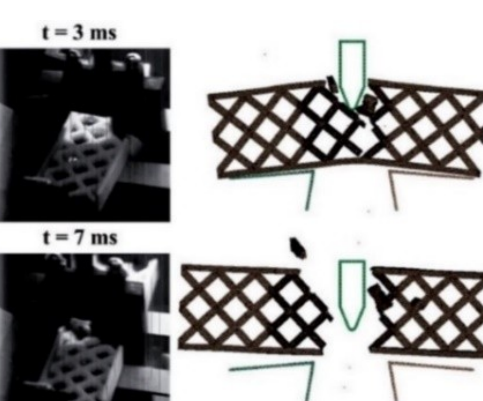


Рисунок 10. Иллюстрации, где представлено: а) сравнение результатов из испытания на удар и КЭ моделирования; б) зависимость максимального значения β от времени.

Дополнительно для более объективной оценки режимов разрушения и сравнения с КЭ расчётом в испытаниях использовалась высокоскоростная камера **VideoSprint** (**Videoscan**, РФ) с частотой съёмки 1000 кадров/секунду с разрешением 1280×500 пикселей (см. табл. 3).

Таблица 3

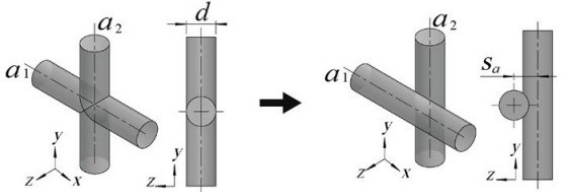
Вариант 1		Частично разрушается с остановкой молота на моменте 15 мс	Не были полностью сломаны ($E_0 = 9.4$ Дж) (рис. 9)
Вариант 2		Накапливает большое количество повреждений и в определенный момент времени разрушается на множество больших и маленьких частей	Умеренная триаксиальность $\beta \leq 5$, и максимум достигается через 6-10 мс (рис. 10б) Интенсивное деформирование стержней без разрушения (рис. 8б)
Вариант 3		Подвергается большим деформациям с изгибом и разрывом элементов стержней в заполнителе. Однако повреждения находятся вне опор и сломанные стержни складываются друг на друга внутри заполнителя, тем самым останавливая молот	Высокая ударная прочность (рис. 10а)
Вариант 4		Очень быстрое разрушение, такое что через $t = 3$ мс появляется сквозная трещина в заполнителе, и далее образец раскалывается на две части. Следует отметить, что трещина в этом образце распространяется впереди законцовки молота, то есть образец разрушается быстрее, чем движется ударник	Высокая триаксиальность (до $\beta = 10$) вначале нагружения (рис. 10б) Низкая ударная прочность (рис. 10а)

Таким образом, различие ударной прочности может быть связано с изменением характера напряженного состояния материала от высокой концентрации напряжений и высокого коэффициента триаксиальности (*Вариант 4*) к интенсивным пластическим деформациям и деформациям изменения формы с низкой триаксиальностью (*Варианты 1-3*). В отличие от динамики, при статических испытаниях уровень триаксиальности напряжений не столь важен для пластичных материалов, и несущая способность заполнителя, в основном, определяется общей и местной потерей устойчивости и эффективной жёсткостью, которая оказывается выше в заполнителе со стандартной плоской решёткой (*Вариант 4*).

Глава 4 посвящена анализу механического отклика сэндвич балок с трёхмерными сетчатыми заполнителями, в которых в ячейках периодичности внедряется асимметрия в соединениях между элементами её образующими. Предложенный подход, фактически, обобщает идею применения пантографических метаматериалов в заполнителях сэндвич балок, который рассматривался в **Главе 3**, на трёхмерные структуры.

Асимметрия достигается посредством введения смещений между пересекающимися стрержнями в стандартных элементарных ячейках сетчатых метаматериалов. Предлагается ввести взаимное смещение между пересекающимися элементами ячейки (см. табл. 4). Смещение определяется как перемещение образующих в направлении, перпендикулярном плоскости, образованной этими осями. Таким образом, на схеме 4.1 оси a_1 и a_2 цилиндрических стрержней, ориентированных вдоль глобальных осей x и y , соответственно, сдвинуты в направлении глобальной оси z .

Таблица 4

	s_a - абсолютное смещение (то есть расстояния между осями a_1 и a_2) $s = s_a/d$ - относительное смещение (далее по тексту «смещение»)
---	--

Пример модифицированной структуры (то есть структуры с асимметричным соединением) представлен на рисунке 11. Здесь изображена структура с «кубической гранецентрированной симметрией» (такая структура традиционно обозначается *FCC*) с различными относительными смещениями между стрержнями. В структуре *FCC* смещаются наборы из пар пересекающихся стрержней с противоположных сторон (зеленые/синие и красные/жёлтые стрержни на рисунке 11), причем реализованы смещения в направлении, перпендикулярном соответствующим плоскостям, образованным осями этих стрержней. Таким образом, модифицированная структура становится асимметричной. Степень асимметрии можно связать со значением смещения s . Например, когда $s = 0$, имеется стандартная структура *FCC* с идеальной кубической симметрией и идеальным пересечением стрержней. С возникновением смещений $s \neq 0$ получается модифицированная структура со смещёнными стрержнями и

асимметричными связями между ними (или без связей/соединений при больших значениях s). Далее рассматривается следующий диапазон смещений $s = [0 \quad 2/3 \quad 3/2 \quad 2]$.

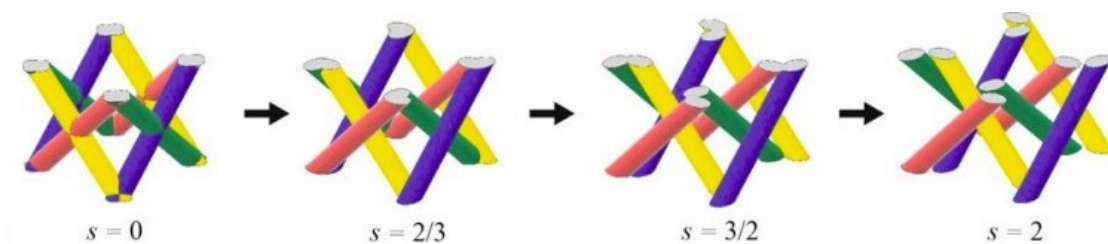


Рисунок 11. Модифицированная ячейка периодичности типа *FCC*.

В качестве базовых, были рассмотрены такие распространённые структуры, как: *FCC* (гранецентрированная), *BCC* (объёмноцентрированная), *BCT* и *OCT* (варианты октаэдрической геометрии). Их стандартная геометрия (архитектура) и её модификации с асимметрией согласно предлагаемому методу проектирования представлены на рисунке 12.

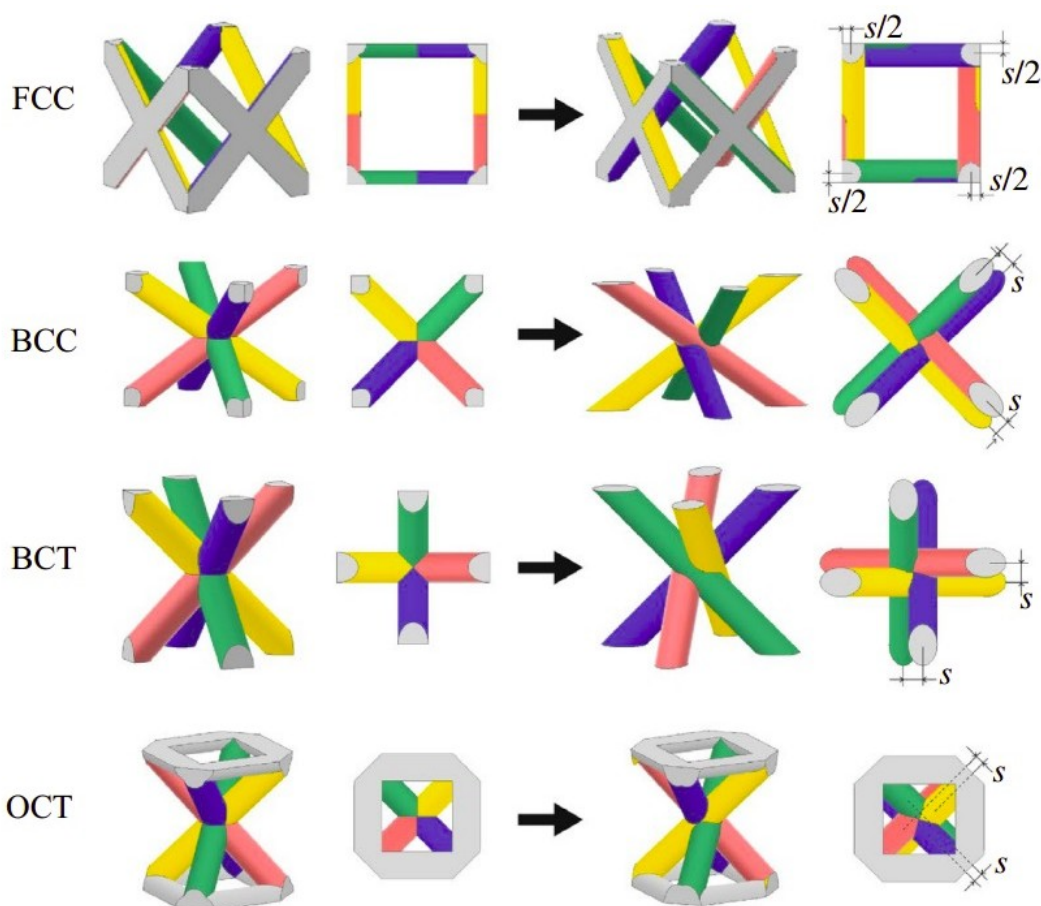


Рисунок 12. Геометрия элементарных ячеек структур *BCC*, *BCT*, *FCC* и *OCT*. Слева – стандартные ячейки, справа – модифицированные асимметричные ячейки со смещенными элементами.

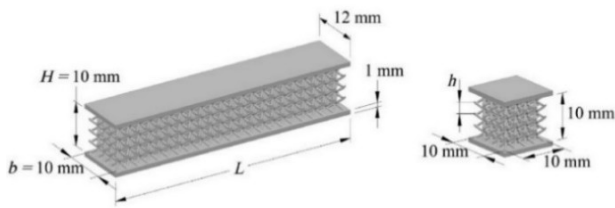
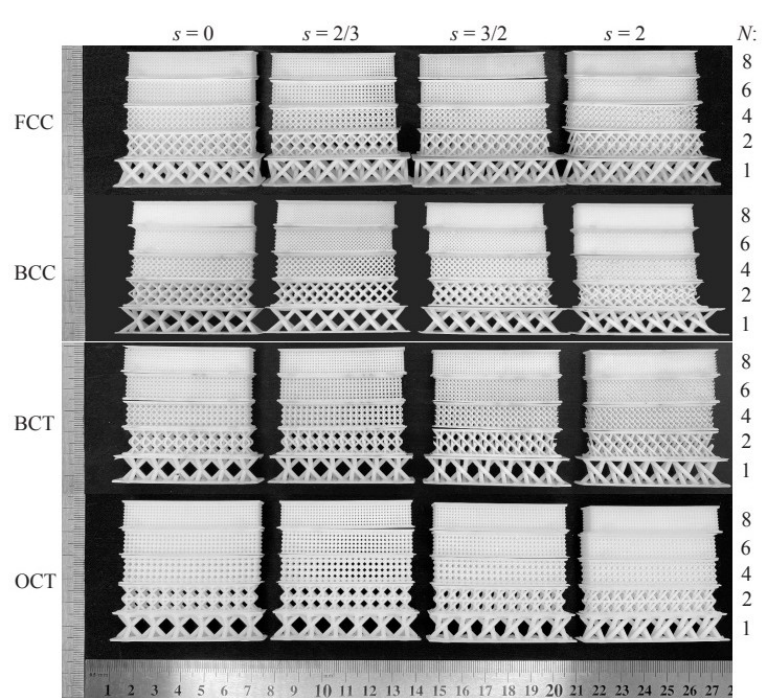
Все элементы ячейки периодичности представляют собой цилиндрические стержни. Также видна тенденция к хиральности. Такая хиральность вызывает взаимосвязь между кручением и растяжением/сжатием вдоль вертикальной оси элементарной ячейки. В

экспериментах, эта вертикальная ось (ось скручивания) была всегда ориентирована вдоль направления приложения нагрузок как в статических, так и в динамических испытаниях.

Нормированные плотности для идеальных/стандартных структур составили ($s = 0$): $\rho/\rho_s = 0,146$ (FCC , BCT), $\rho/\rho_s = 0,178$ (BCC) и $\rho/\rho_s = 0,204$ (OCT). Нормирование выполнялась относительно плотности сплошного материала (фотополимера - характеристики см. табл. 5). Из-за привнесённой асимметрии относительные плотности модифицированных структур незначительно изменились. Изменение относительной плотности структур с наименьшим смещением ($s = 2/3$) не превышает 1-2% по сравнению со стандартной геометрией ячеек. Для наибольшего смещения ($s = 2$) плотность структур увеличивается не более чем на 3%.

Помимо исследования эффектов от привнесённой асимметрии в ячейке периодичности рассматриваемых метаматериалов, также рассматривалось влияние размера h ячеек периодичности или, другими словами, числа ячеек $N = [1 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8]$, расположенных по высоте H сетчатого заполнителя. Всего было рассмотрено 80 различных вариантов сетчатых заполнителей: четыре различных структуры (BCC , BCT , FCC , OCT), каждая из которых с пятью относительными размерами ячеек ($h/H = 1/N = [0.125 \ 0.167 \ 0.25 \ 0.5 \ 1]$) и четырьмя вариантами относительных смещений внутри элементарной ячейки $s = [0 \ 2/3 \ 3/2 \ 2]$. Образцы изготавливались в виде сэндвич балок и кубиков, которые были испытаны на изгиб, удар и сжатие, соответственно (см. табл. 5).

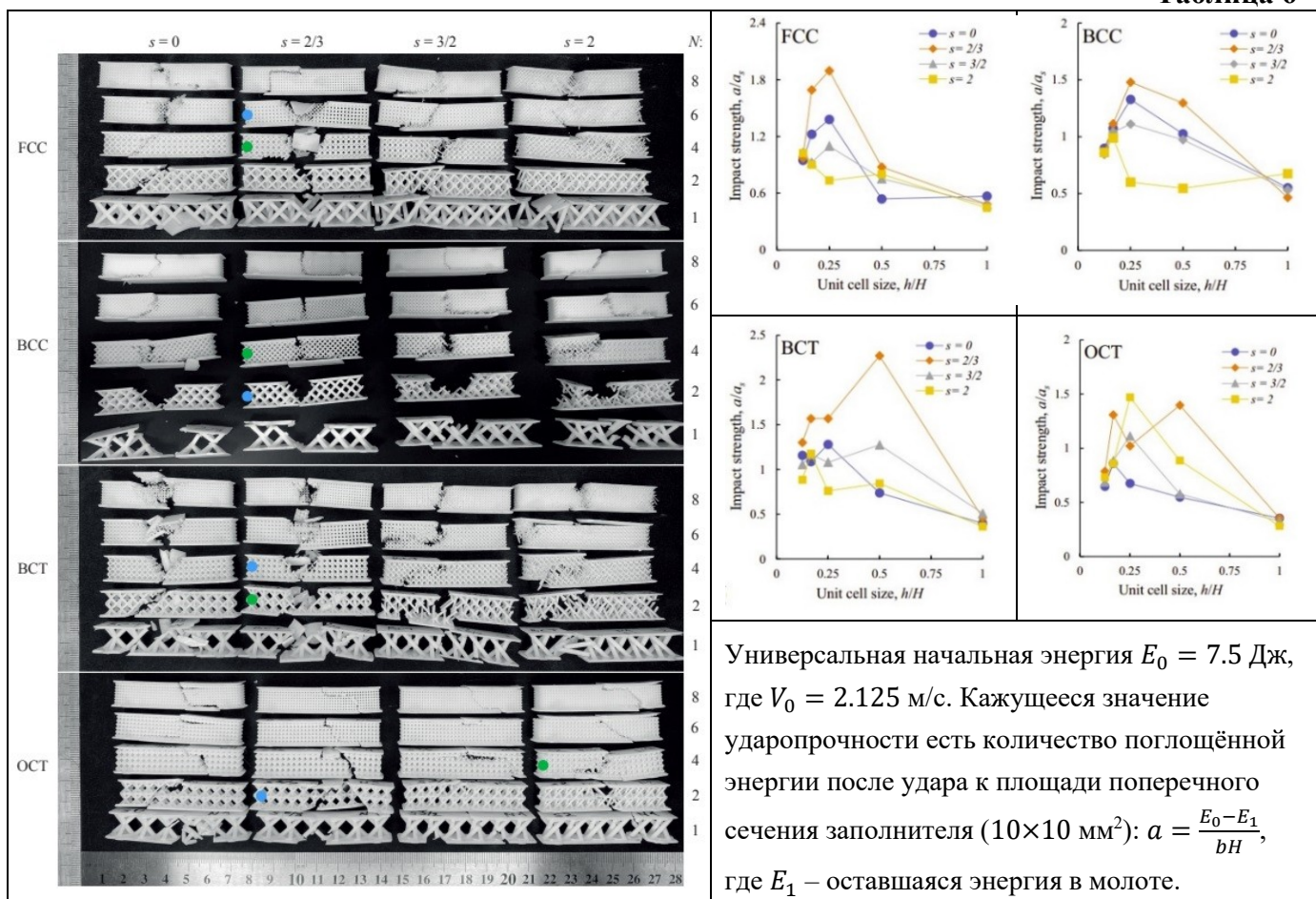
Таблица 5

		Изготовление: аддитивные технологии (mSLA) ANYCUBIC Photon Mono SE
		Количество: несколько партий образцов (> 240 шт.)
		Разрешение печати составляло порядка 50 мкм
		Материал: фотополимер (фоточувствительная смола) Shenzhen Anycubic Technology Co, Китай
		Свойства: $E_s = 1.27$ ГПа; $\nu = 0.35$; $\sigma_s = 33$ МПа; $E_{tan} = 105.8$ МПа; $U_s = 33.1$ кДж/м ³ ; $a_s = 2,5$ Дж; $\rho_s = 0.9$ г/см ³ ;

Для экспериментального определения ударопрочности и упруго-пластичных свойств были проведены испытания на удар по Шарпи (ASTM D6110) и квази-статические испытания на трёхточечный изгиб (ASTM D790) и сжатие (ASTM E9).

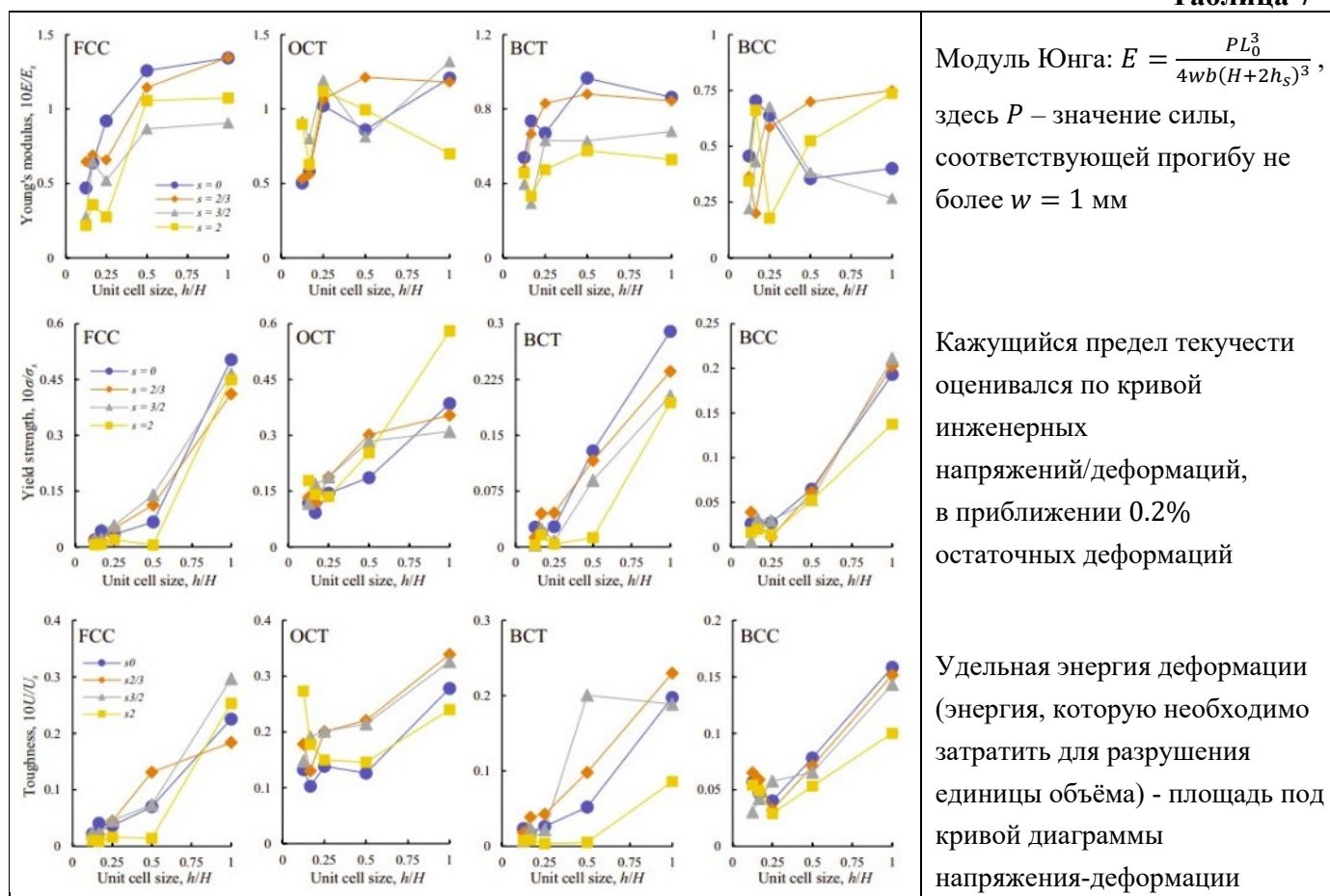
Пример одной партии разрушенных образцов после испытаний на удар по Шарпи (ASTM D6110) представлен в таблице 6. Здесь зеленые маркеры обозначают наилучшие образцы по ударопрочности, синие маркеры – вторые лучшие по ударопрочности. Из ударных испытаний по Шарпи можно сделать предположение, что асимметричные связи играют решающую роль в изменении как механизмов разрушения, так и геометрии образующихся трещин. В ячейках *FCC*, *BCT*, *OCT* с идеальными связями однозначно наблюдаются одиночные сквозные трещины, что свидетельствует о "квази-хрупком" разрушении. В отличие от этого, в структурах с асимметричными связями видны большие нелинейные деформации и накопление повреждений, что приводит к характерному «квази-вязкому» разрушению (с большими пластическими деформациями). Ситуация отличается для структуры *BCC*, у которой изменение ударопрочности между идеальными и модифицированными образцами оказывается относительно небольшим (приблизительно 15%, см. табл. 6). В этих образцах механизмы разрушения также не сильно отличаются, поэтому можно заключить, что *BCC* обладает достаточно высокой собственной ударопрочностью (даже не будучи модифицированной, $s = 0$), или что оптимальное смещение s не было найдено среди рассмотренных вариантов *BCC*.

Таблица 6



Статические свойства модифицированных асимметричных структур со смещениями, когда $s > 0$, в большинстве случаев оказались сопоставимы с идеальными вариантами геометрии ($s = 0$) (см. табл. 7). В некоторых случаях асимметричные варианты проявляют даже лучшие статические свойства (например: $\frac{E}{E_s}(BCC)$; $\frac{E}{E_s}(OCT)$; $\frac{U}{U_s}(BCT)$; $\frac{U}{U_s}(OCT)$). В рассматриваемых структурах, разрушение, в основном, было связано с местной потерей устойчивости стержней, поэтому их диаметр играет решающую роль. Размерные эффекты были незначительны до $h/H = 0.25$, тогда как потенциальные дефекты и несовершенная форма напечатанных образцов для меньших элементарных ячеек могут играть существенную роль в снижении их жёсткости (табл. 5).

Таблица 7



По результатам испытаний на ударную прочность было установлено повышение ударопрочности в 1.3 – 3 раза для размеров ячеек периодичности $h/H = [0.167 \dots 0.5]$ и преимущественно для смещения $s = 2/3$ (см. табл. 6 – оранжевые кривые). Примечательно, что такой размер элементарной ячейки близок к радиусу скругления наконечника (законцовки) ударного молота, используемого в динамических испытаниях по Шарпи (3.2 мм). Для меньших ($h/H = 0.125$) и больших ($h/H = 1$) ячеек периодичности ударопрочность и эффект от смещения связей снижаются. Это можно объяснить ослаблением заполнителя, содержащего слишком тонкие элементы/стержни, или же в случае наибольшей элементарной ячейки -

большим расстоянием между элементами/стержнями в заполнителе, а следовательно, плохой (недостаточной) поддержкой несущих слоёв элементами заполнителя.

Было реализовано численное моделирование методом конечных элементов удара по Шарпи и испытания на сжатие в ПК **Ansys** с привлечением решателей **LS-Dyna** и **Transient Structural** образцов с ячейкой периодичности *BCT* размером $h/H = 0.5$ для относительных смещений $s = 0$ и $s = 2/3$, поскольку согласно таблице 6 такая модифицированная структура продемонстрировала наиболее высокие эффекты повышения ударной прочности. Объекты, на которые прикладывались граничные условия (опоры, молот и давящая плита), моделировалась поверхностными элементами. Таким объектам назначалось абсолютно жёсткое поведение и запрет по всем степеням свободы для опор. Перемещение ударника разрешалось только в направлении движения молота с начальной скоростью $V_0 = 2.125$ м/с (в соответствии с проведенными экспериментами) при моделировании испытаний на удар, а для моделирования испытаний на сжатие – задавалось вертикальное перемещение давящей плиты до момента, когда средние деформации сжатия составляли $\varepsilon = 0.15$. Фотополимер задавался как упругопластический материал (см. схема 4). В качестве критерия разрушения был также как и для *PA2200* привлечен критерий МТР (то есть относительно гидростатической части тензора напряжений, $\sigma_B = 53$ МПа). В динамических расчётах использовались стандартные линейные тетраэдральные элементы типа TET13, в квази-статических расчётах - элементы типа TET10, рекомендуемые **Ansys**. Минимальный размер элементов задавался как треть от диаметра стержней ($d/3$). Для обоих режимов коэффициент «hourglass» по умолчанию был равен 0.1. Коэффициент трения принимал значения 0.2.

Численное моделирование удара подтвердило изменение механизмов разрушения в идеальных и асимметричных структурах (рисунке 13а). Важно отметить, что время разрушения для идеальных и модифицированных образцов изменилось примерно в два раза. Стандартная структура полностью была разрушена в первые 3.5 мс после удара (рисунок 13а). Трещина, ориентированная вдоль наклонных стержней заполнителя, возникла на третьей миллисекунде. Затем эта трещина быстро распространялась до несущих слоев в местах контакта с опорами и полностью разрушала их. В противоположность этому, в модифицированной асимметричной структуре заполнителя можно наблюдать большие нелинейные деформации и глубокие вмятины в образце под законцовкой ударника в течение времени вплоть до 6.5 мс (рис. 13б). Во время этого процесса возникает множество разломленных стержней и смятых ячеек в заполнителе. Образец был полностью разрушен при $t = 7.2$ мс, когда нижний несущий слой разорвался из-за интенсивного растягивающих напряжений. Полученные в численных расчетах зависимости скорости ударника и максимальных эквивалентных деформаций от времени показаны на рисунке 4.13в. Можно видеть, что после достижения упомянутых моментов времени скорость молота принимает постоянное значение (синие линии на рис. 13в). В результате молот продолжает двигаться вперед далее без замедления, что означает, что образец полностью разрушен и больше не оказывает сопротивления молоту. Максимальные эквивалентные деформации принимают более высокие значения (до 0.13) в модифицированных структурах с непрерывным увеличением вплоть до разрушения (сплошная оранжевая кривая), в

то время как падение эквивалентных деформаций в идеальной структуре происходит уже при $t = 2$ мс, когда стержни заполнителя подвергаются локальному разрушению. Этот эффект может быть связан с изменением триаксальности напряженного состояния, когда сдвиговая деформация оказывается малой в пересечениях (связях) стержней заполнителя в идеальной структуре, и более опасное напряженное состояние, соответствующее всестороннему растяжению, становится интенсивным, что приводит к возникновению разрывов перегруженных связей между стержнями заполнителя. Этот эффект аналогичен наблюдаемому в плоских сэндвич балках (см. **Глава 3**). Информация о скоростях ударника даёт возможность оценить количество поглощенной энергии. Для рассмотренных вариантов геометрии балок было получено поглощение энергии ударника: $\Delta E = 1.37$ Дж – для стандартной структуры, $\Delta E = 3.35$ Дж – для модифицированной. Эти значения хорошо согласуются с экспериментальными данными, полученными в испытаниях на удар по Шарпи для стандартного образца, и несколько превосходят экспериментальный результат для образца со смещением (см. табл. 6). Для уточнения результатов расчетов, вероятно, следует уточнить свойства исходного материала, в том числе с учетом влияния скорости деформаций, а также может играть роль случайный разброс экспериментальных данных и влияние трения между разрушенными фрагментами образцов и ударником. Эти эффекты явно не учитываются в рассматриваемой численной модели, поэтому σ_B согласно критерию МТР следует рассматривать только как идентифицированный параметр при заданных скоростях удара. Тем не менее, положительный эффект и изменение механизма разрушения, связанные с асимметричными соединениями в рассматриваемых структурах, подтверждаются численной валидацией ударного испытания.

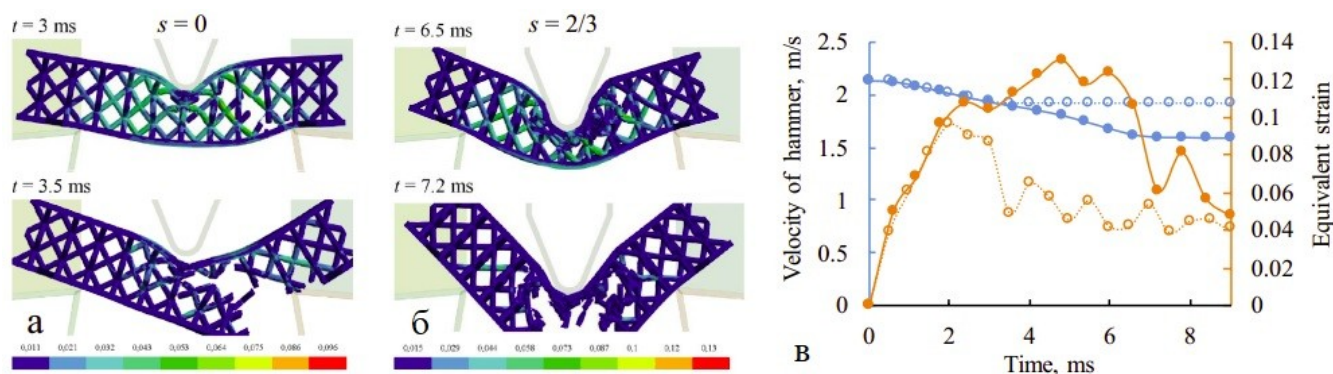


Рисунок 13. Результаты численного моделирования удара образца с *BCT* структурой: а-б) распределение деформаций по объёму; в) зависимости скоростей и эквивалентных деформаций (здесь пунктирные линии соответствуют смещению $s = 0$, сплошные - $s = 2/3$).

Пример процесса испытаний образцов *BCT* на сжатие и результаты моделирования испытаний на сжатие представлены на рисунке 14. При максимальном рассмотренном уровне средних деформаций сжатия ($\varepsilon = 0.15$) в идеальной структуре возникает дефект в центральном соединении стержней *BCT* (рис. 14б). Также здесь возникает максимальные значения коэффициента триаксальности напряжений (рис. 14г, синяя кривая). Это означает, что разрушение соединения между стержнями ячейки имеет квази-хрупкий характер, в отличие от

модифицированных асимметричных соединений, где коэффициент триаксиальности напряжений ниже в 1.5 раза (рис. 14г, оранжевая кривая). Результаты расчетов на рисунке 14б представлены для последнего шага при $\varepsilon = 0.15$. В стандартной структуре *BCT* падение напряжений на диаграмме напряжение-деформации связан с разрушением связей, тогда как в модифицированной структуре спад связан с закручиванием стрежней и большими неупругими деформациями соединений (рис. 14в). В результате, после полного сжатия центральной ячейки, модифицированная структура получает имеет более высокую остаточную жёсткость и статическую прочность, а также более высокий уровень накопленной энергии деформации (рис. 4.12в). Особенно следует отметить, что максимальный коэффициент триаксиальности напряжений в идеальной структуре может быть в 6 раз больше, чем в модифицированной (рис. 14г). Этот максимум достигается примерно в момент начала образования пластических деформаций (отмеченной на графиках на рис. 14в), когда влияние концентрации напряжений в связях/соединениях становится наиболее значительным. На микроуровне высокое значение гидростатического давления (напряжения) σ_h приводит к образованию микроразрывов и микротрещин в микроструктуре полимерного материала, что делает связи/соединения (пересечения) между стержнями наиболее слабым звеном в элементарной ячейке. Таким образом, на основе экспериментов и проведенных расчетов показано, что предложенные метаматериалы со смещенными асимметричными связями демонстрируют более высокие показатели ударной прочности и, для некоторых структур, более высокой статической прочности по сравнению со стандартными сетчатыми метаматериалами.

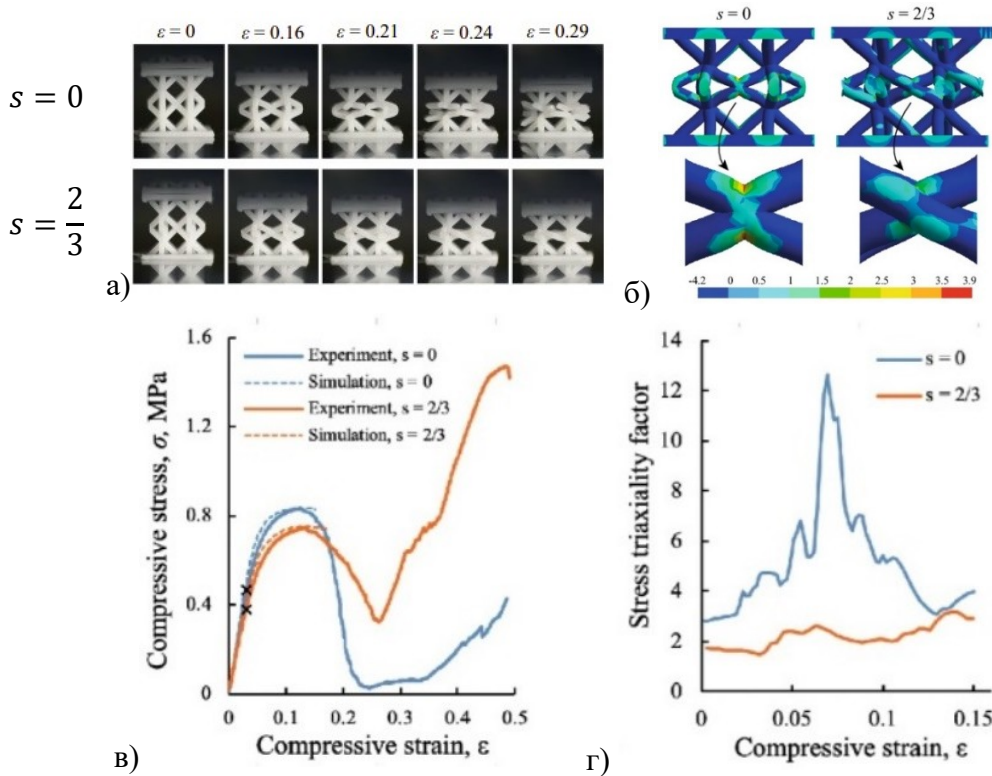


Рисунок 14. Иллюстрации факторов в зависимости от деформации сжатия:

а) деформированное состояние;

б) распределение коэффициента триаксиальности при $\varepsilon = 0.15$;

в) диаграммы напряжение-деформация (маркеры - начало пластики);

г) зависимость максимальных значений коэфф-та триаксиальности напряжений.

В **Заключении** обобщены результаты работы, заключающиеся в следующем:

1. Представлены результаты теоретического и экспериментального исследования механических метаматериалов из классов ауксетиков и сетчатых структур. Предложены новые подходы к определению эффективных характеристик этих метаматериалов в рамках методов осреднения, предполагающих, что эффективная среда соответствует моделям обобщенных континуумов.
2. Установлено, что для стандартных метаматериалов, состоящих из периодических ячеек, масштабные параметры оказываются сопоставимыми по своим значениям с размером ячейки периодичности, что снижает перспективы их применения в качестве энергопоглощающих структур, для которых желательным является существенное нелокальное поведение материала, обеспечивающее большие энергозатраты при разрушении.
3. Для проведения экспериментов среди известных метаматериалов выбран вариант пантографических метаматериалов, для которого характерны большие значения масштабных параметров, идентифицированных в рамках решения задач осреднения с эффективной средой, соответствующей градиентной теории упругости.
4. Следуя концепции пантографических метаматериалов, предложена методика создания плоских и трехмерных сетчатых структур-заполнителей со смещенным связями, в которых при больших нагрузках соединения между стержнями в ячейке периодичности играют роль (пластических) шарниров, что обеспечивает значительную делокализацию напряженного состояния и значительный рост ударной прочности материала, что подтверждается проведенными экспериментальными исследованиями и численным моделированием.
5. С использованием предложенного подхода достигнуто повышение ударной прочности в 3-5 раз для оптимальных плоских сетчатых метаматериалов-заполнителей и в 1.5-3 раза для трёхмерных заполнителей по сравнению с аналогичными стандартными структурами с идеальными связями.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Основные результаты диссертационного исследования изложены в 5 работах, индексируемых в Web of Science и/или Scopus, рекомендованных ВАК РФ, и представлены следующим списком:

- 1*. Solyaev Y. O., **Ustenko A. D.** et al. Improved mechanical performance of quasi-cubic lattice metamaterials with asymmetric joints //Scientific Reports. – 2023. – Т. 13. – №. 1. – С. 14846 <https://doi.org/10.1038/s41598-023-41614-3>
- 2*. Solyaev Y., **Ustenko A.** et al. Static and dynamic response of sandwich beams with lattice and pantographic cores //Journal of Sandwich Structures & Materials. – 2022. – Т. 24. – №. 2. – С. 1076-1098 <https://doi.org/10.1177/10996362211033>
- 3*. Solyaev Y., Lurie S., **Ustenko A.** Apparent bending and tensile stiffness of lattice beams with triangular and diamond structure //Developments and Novel Approaches in Biomechanics and Metamaterials. – Cham : Springer International Publishing, 2020. – С. 431-442 https://doi.org/10.1007/978-3-030-50464-9_25
- 4*. Solyaev Y., Lurie S., **Ustenko A.** Numerical modeling of a composite auxetic metamaterials using micro-dilatation theory //Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2019. – Т. 31. – №. 4. – С. 1099-1107 <https://doi.org/10.1007/s00161-018-0730-y>
- 5*. Lurie S. A., Solyev Y. O., **Ustenko A. D.** et al. Continuum micro-dilatation modeling of auxetic metamaterials //International Journal of Solids and Structures. – 2018. – Т. 132. – С. 188-200 <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.09.022>